2. Ebene Wände und eindimensionale Probleme, Einführung

2.1 Berechnung einer 180^o-Wand in einem einachsigen Ferromagneten

Wir legen einen einachsigen Kristall zugrunde, der nur zwei, einander entgegengesetzte, leichte Richtungen besitzt. Diese Richtungen mögen mit der z-Achse eines rechtwinkligen Koordinatensystems zusammenfallen (Fig.2.1). Dann hat die Kristallenergie die Form der Gl. (1.4). Wir wollen zunächst $K_2 = 0$ annehmen. Die Magnetisierung drehe sich innerhalb der Wand von der [001]-Richtung in die [00$\bar{1}$]-Richtung, und die Wandnormale zeige in die [100]-Richtung. Für die Drehung der Magnetisierung gäbe es nun verschiedene Möglichkeiten, sie könnte sich z.B. durch die [100]-Richtung hindurchdrehen, oder auch durch die [010]-Richtung. Bezüglich der Kristallenergie (und auch bezüglich der Austauschenergie) sind diese Möglichkeiten gleichberechtigt. Die Drehung senkrecht zur Wandnormalen ist aber dadurch ausgezeichnet, daß bei ihr die Magnetisierungskomponente senkrecht zur Wand konstant bleibt, sodaß keine Divergenzen der Magnetisierung und keine Streufelder entstehen. Der streufeldfreie Modus hat zweifellos in diesem Fall die geringste Energie, man bezeichnet solche Wände als Blochwände (im engeren Sinne)[§].

[§] Die Bezeichnung "Blochwand" wird im weiteren Sinne als Oberbegriff für alle Wände in ferromagnetischen Materialien benutzt, im engeren Sinne aber auch zur Bezeichnung derjenigen Wände, die durch die besondere Art der Rotation der Magnetisierung Streufelder in ihrem Innern vermeiden (im Gegensatz zu den sogenannten Néelwänden). Der streufeldfreie Wandmodus wurde erstmals von Landau und Lifshitz vorgeschlagen, weshalb der Vorschlag von W. F. Brown [2.1] die Blochwände im engeren Sinne als Landau-Wände zu bezeichnen, einige Verwirrung vermeiden könnte.

Mit Hilfe eines Drehwinkels Θ (Fig. 2.1) können wir die Drehung des Magnetisierungsvektors in folgender Weise beschreiben:

$$\alpha_3 = \sin\Theta,\ \alpha_2 = \cos\Theta,\ \alpha_1 = 0 \qquad (2.1)$$

Da wir ein äußeres Feld vorerst ausgeschlossen haben und magnetische Streufelder vermieden haben, bleiben vom Integranden des Variationsprinzips (1.8) nur die Kristallenergie und die Austauschenergie. Magnetoelastische Wechselwirkungen wollen wir vorläufig vernachlässigen. Durch Einsetzen von (2.1) in (1.2) und (1.4) erhalten wir folgende Variationsaufgabe:

$$\delta \int_{-\infty}^{\infty} [A\left(\frac{\partial\Theta}{\partial x}\right)^2 + K_1 \cos^2\Theta]\, dx = 0,$$

$$\Theta\ (\pm\infty) = \pm\Pi/2,\quad \frac{\partial\Theta}{\partial x}\ (\pm\infty) = 0. \qquad (2.2)$$

Die zu diesem Variationsproblem gehörende Eulersche Gleichung lautet:

$$-A\,\frac{d^2\Theta}{dx^2} - K_1 \sin\Theta\cos\Theta = 0 \qquad (2.3)$$

Durch Multiplikation mit $\frac{d\Theta}{dx}$ und Integration ergibt sich dann:

$$-A\cdot\left(\frac{d\Theta}{dx}\right)^2 + K_1 \cos^2\Theta = \text{const} = 0 \qquad (2.4)$$

Die Randbedingung (2.2) führt zum Verschwinden der Konstanten. Damit folgt als erstes Ergebnis, daß für alle x die Austauschenergie gleich der Kristallenergie sein muß.
Gleichung (2.4) läßt sich explizit lösen:
Durch Trennung der Variablen ergibt sich zunächst:

$$dx = \sqrt{\frac{A}{K_1}} \int \frac{d\Theta}{\cos\Theta}$$

und daraus die Gesamtenergie:

$$E_G = \int_{-\infty}^{\infty}(e_A + e_K)\, dx = 2\, A \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sqrt{K_1 \cdot \cos^2\Theta}\, d\Theta = 4\sqrt{A \cdot K_1} \qquad (2.5)$$

und implizit die Form der Wand aus:

$$x = \sqrt{A/K_1} \int_{0}^{\Theta} \frac{d\Theta}{\cos\Theta} = \sqrt{A/K_1}\ \text{artanh}\ (\sin\Theta) \qquad (2.6)$$

oder:

$$\sin\Theta = \tanh\ (x/\sqrt{A/K_1}) \qquad (2.7)$$

$\sqrt{A \cdot K_1}$ stellt eine charakteristische Energie und $\sqrt{A/K_1}$ eine charakteristische Länge in unserer Lösung dar. Um einen Begriff von den Größenordnungen zu vermitteln, seien die gemessenen Werte von A und K_1 für hexagonales Kobalt bei Raumtemperatur angegeben: [2.2]

$$A = 1.3 \cdot 10^{-6}\ \text{erg/cm}, \quad K_1 = 4.5 \cdot 10^{6}\ \text{erg/cm}^3$$

Daraus ergibt sich für die charakteristische Energie pro Flächeneinheit

$$\varepsilon_o = \sqrt{A \cdot K_1} = 2.42\ \text{erg/cm}^3$$

und für die charakteristische Länge:

$$\delta_o = \sqrt{A/K_1} = 54\ \text{Å}.$$

Zunächst kann festgestellt werden, daß δ_o so groß ist, daß die klassische und kontinuumstheoretische Betrachtungsweise des Mikromagnetismus voll gerechtfertigt ist. Atomistische und quantenmechanische Rechenmethoden sind im Fall von Blochwänden in den meisten ferromagnetischen Materialien nicht angemessen. Weiterhin folgt aus Gleichung (2.7), daß sich die Magnetisierung für $x \to \infty$ exponentiell den Gleichgewichtswerten in den Domänen annähert. Die Abweichung vom Grenzwert $\Theta = \pm\pi/2$ verhält sich für große x wie $2e^{-|x|/\delta_0}$. Die Lösung der Gleichung (2.7) ist zwar im eigentlichen Sinne unendlich weitreichend, in einem Abstand von 10 oder 20 δ_0 von der Wandmitte sind die Abweichungen vom Grenzwert in den Domänen jedoch schon unmeßbar klein. Man wird sich deshalb in den meisten Fällen darauf beschränken können, Wände im unendlich ausgedehnten Material zu berechnen. Wechselwirkungen zwischen unendlich ausgedehnten, ebenen Wänden haben nur eine geringe Bedeutung. (Anders im Fall dünner magnetischer Schichten, wo Streufelder zu sehr starken und weitreichenden Wechselwirkungen führen können).

Gl. (2.1) gibt nicht die einzige mögliche Lösung für die 180°-Wand wieder. Eine zweite, äquivalente Lösung ergibt sich, wenn man in (2.1) das Vorzeichen von α_2 umkehrt. Beide Lösungen unterscheiden sich im Drehsinn der Magnetisierung, haben aber die gleiche Energie. Sie können also nebeneinander vorkommen und in der Tat beobachtet man solche Abschnitte entgegengesetzten Drehsinns unter gewissen Bedingungen (s. [2.3], Abschn.19 und das Titelbild).

2.2 Definition und Berechnung der Wandweite

Für viele Anwendungen ist es nicht notwendig, den genauen funktionalen Verlauf der Magnetisierung zu kennen. Es würde eine Angabe über die Größenordnung der Dickenausdehnung genügen. In der Definition einer Wandweite liegt jedoch eine gewisse Willkür. Eine sehr elegante Definition wurde Lilley [2.4] vorgeschlagen: Man trage, wie in Fig. 2.2, den Winkel Θ gegen die Ortskoordinate x auf. Nun suche man den oder die Punkte, für die $\frac{d\Theta}{dx}$ maximal wird, also die Wendepunkte der Kurve $\Theta(x)$.
In den beiden am weitesten von einander entfernten Wendepunkten lege man nun Tangenten an und bringe diese Tangenten mit den beiden Grenzgeraden $\Theta = \Theta(\infty)$ und $\Theta = \Theta(-\infty)$ zum Schnitt. Die Differenz der x-Werte der beiden Schnittpunkte wird als Wandweite W_L (nach Lilley) definiert. Danach erhält man aus

der Gleichung (2.7) den Wert

$$W_L = \pi\sqrt{A/K_1} = \pi\cdot\delta_o \tag{2.8}$$

Eine alternative Definition einer Wandweite erhält man wie folgt: Man trage statt des Drehwinkels Θ die Komponente der Magnetisierung längs derjenigen Richtung auf, um die sich die Magnetisierungen in den Domänen unterscheiden (in unserem Fall also $\sin\Theta$ anstatt Θ). Im übrigen verfahre man genau wie zuvor. Die sich damit ergebende Wandweite W_α ist im allgemeinen verschieden von W_L. Aus Gleichung (2.7) ergibt sich:

$$W_\alpha = 2\sqrt{A/K_1} = 2\cdot\delta_o \tag{2.9}$$

(Für 180° Wände mit nur einem Wendepunkt bei $\Theta = x = o$ gilt stets die Beziehung $W_\alpha = \frac{2}{\pi} W_L$).

Die Wandweite W_α läßt sich leichter für Fälle verallgemeinern, in denen die Magnetisierungsänderung nicht durch einen einzigen Drehwinkel beschrieben werden kann. Auch zur Beschreibung mehrdimensionaler Magnetisierungskonfigurationen in dünnen Schichten erscheint diese Definition zweckmäßiger. Wir wollen im folgenden beide Definitionen nebeneinander benutzen.

[2.1] W. F. Brown, Jr., Diskussionsbeitrag auf der Intern. Conf. on Magnetism, Grenoble 197o

[2.2] Landolt-Börnstein, Zahlenwerte und Funktionen (6. Aufl.) (Springer, Berlin Göttingen Heidelberg,1962) Band II.9 I

[2.3] J.F. Dillon, Jr., in "Magnetism", hrsg. v. G. Rado und H. Suhl (Academic Press, New York, 1963) Band III

[2.4] B. A. Lilley, Phil. Mag. 41, 792 (195o)

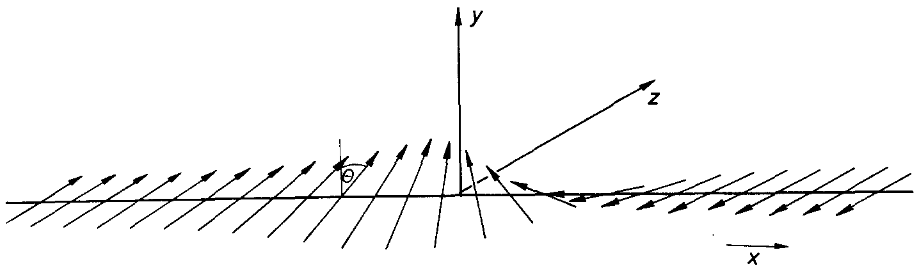

Fig. 2.1 Perspektivische Darstellung einer eindimensionalen Blochwand

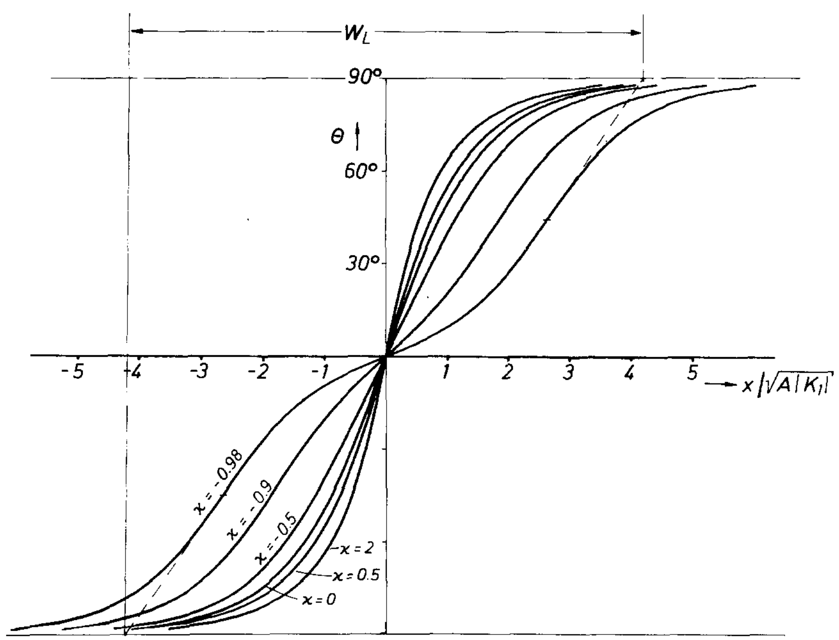

Fig. 2.2 Der Wand-Drehwinkel Θ(x) für verschiedene Wände in einachsigen Materialien. $\kappa = K_2/K_1$ = Verhältnis der beiden Anisotropiekonstanten. Definition der Wandweite nach Lilley (für die Kurve $\kappa = -0.98$)