

5. Wände in kubischen Kristallen

5.1 Kristallenergie und leichte Richtungen

Die Kristallanisotropieenergie für kubische Kristalle wurde in Gl. (1.3) angegeben. Berechnen wir daraus die Energien pro Volumeneinheit bei homogener Magnetisierung in Richtung der Hauptkristallachsen, so ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 \langle 100 \rangle &: e_K = 0 \\
 \langle 110 \rangle &: e_K = K_1/4 \\
 \langle 111 \rangle &: e_K = K_1/3 + K_2/27
 \end{aligned}
 \tag{5.1}$$

Als leichte Richtungen in einem Ferromagnetikum definierten wir diejenigen Richtungen, für die e_K minimal ist. Je nach der Größe der Konstanten K_1 und K_2 kann jede der drei angeführten Richtungsklassen die leichten Richtungen darstellen. Wenn die $\langle 100 \rangle$ -Richtungen die leichten Richtungen sind (wie z.B. bei Fe), sprechen wir kurz von einem kubischen Kristall positiver Anisotropie, entsprechend, wenn die $\langle 111 \rangle$ -Richtungen die leichten Richtungen sind (wie z.B. bei Ni), von einem Kristall negativer Anisotropie. Der Fall, daß die leichten Richtungen mit den $\langle 110 \rangle$ -Richtungen zusammenfallen, ist verhältnismäßig selten und wird deshalb im folgenden nur kurz gestreift.

In jedem der drei Fälle sind verschiedene Winkel zwischen den leichten Richtungen möglich. Da die Wände im einfachsten Fall jeweils zwei Bereiche voneinander trennen, die in verschiedenen leichten Richtungen magnetisiert sind, klassifiziert man die Blochwände primär nach dem Winkel zwischen Anfangs- und Endrichtung der Magnetisierung. In der folgenden Aufstellung sind die möglichen Wandwinkel für die drei Fälle zusammengestellt:

leichte Richtungen	mögliche Wandwinkel
$\langle 100 \rangle$	$180^\circ, 90^\circ$
$\langle 111 \rangle$	$180^\circ, 109.5^\circ, 70.5^\circ$
$\langle 110 \rangle$	$180^\circ, 120^\circ, 90^\circ, 60^\circ$.

5.2 180°-Wände

a) Positive Anisotropie

Betrachten wir zunächst eine 180°-Wand für den Fall positiver Anisotropie, bei der die Magnetisierungen in den Domänen in die Richtungen $\pm[100]$ zeigen [4.1, 4.2].

Diese Richtungen müssen auf jeden Fall in der Wand enthalten sein, darüber hinaus ist die Orientierung der Wand jedoch zunächst nicht festgelegt. Die verschiedenen Orientierungen werden allerdings zu verschiedenen Energien führen, die wir nun berechnen wollen. Wir setzen dazu die Wandnormale in der Form $\underline{n} = (0, \cos\psi, \sin\psi)$ an, wobei der Orientierungswinkel ψ zwischen 0° und 45° variieren kann. Die Magnetisierung muß sich um die jeweiligen Normalenrichtung drehen, um die Bedingung der Streufeldfreiheit zu ermöglichen. Bezeichnen wir mit θ den Drehwinkel der Magnetisierung um die Wandnormale, so ergibt sich für die Kristallenergie $G(\theta)$:

$$G(\theta) = K_1(\cos^2\theta - \cos^4\theta(1 - \sin^2\psi\cos^2\psi)) + K_2(\cos^4\theta - \cos^6\theta)\sin^2\psi\cos^2\psi \quad (5.2)$$

Für $K_2=0$ ist damit das Problem auf den in Abschn. 4.1 behandelten Fall zurückgeführt. Der in Gl. (4.1) auftretende Parameter κ wird hier $\kappa = -(1 - \sin^2\psi\cos^2\psi)$. Die Wandenergie wird am kleinsten für $\psi=0^\circ$, nämlich $E_G = 2\sqrt{A \cdot K_1}$. Für die gleiche Orientierung ergibt sich allerdings aus Gl. (4.5) formal eine unendlich große Wandweite. Die Wand ist offenbar nicht stabil und zerfällt in zwei Teilwände. Nun beobachtet man im Experiment aber durchaus stabile 180°-Wände der erwähnten Orientierung. Die Erklärung für diesen scheinbaren Widerspruch liegt in einem bisher vernachlässigten kleinen Energiebeitrag, der magnetostriktiven Energie, die wir in Abschn. 8 ausführlich behandeln werden. Diese Energie führt zu einem kleinen zusätzlichen Term der Form $\kappa' \cos^4\theta$ und damit nach (4.5) zu einer endlichen Wandweite.

b) Negative Anisotropie

180°-Wände in Wänden mit negativer Kristallenergiekonstanten K_1 lassen sich ebenfalls noch geschlossen integrieren [2.4]. Wir wollen hier auf die Einzelheiten nicht eingehen und nur die wesentlichen Integrale angeben. Die Funktion $G(\theta)$ ergibt sich bei negativer Anisotropie in der Form:

$$G(\theta) = \cos^2\theta + \kappa_1 \cos^4\theta + \kappa_2 \cos^3\theta \sin\theta \quad (5.3)$$

Die zugehörigen Integrale lauten:

$$\int \frac{1}{\sqrt{G(\theta)}} d\theta = \operatorname{arsinh} \left(\frac{\tan\theta + \kappa_2/2}{\sqrt{1 + \kappa_1 - \kappa_2^2/4}} \right) \quad (5.4)$$

$$\int \sqrt{G(\theta)} d\theta = \frac{1}{2} \left\{ \sin\theta (1 + \kappa_1 \cos^2\theta + \kappa_2 \sin\theta \cos\theta)^{1/2} + \right.$$

$$+ \frac{r_2}{t} \sqrt{\frac{t+1}{2\kappa_1}} \arcsin \left[\sqrt{\frac{\kappa_1}{2r_2}} (\sqrt{t+1} \sin\theta - \sqrt{t-1} \cos\theta) \right] +$$

$$\left. + \frac{r_1}{t} \sqrt{\frac{t-1}{2\kappa_1}} \operatorname{arsinh} \left[\sqrt{\frac{\kappa_1}{2r_1}} (\sqrt{t-1} \sin\theta + \sqrt{t+1} \cos\theta) \right] \right\}$$

$$\text{mit } t = \sqrt{1 + \kappa_2^2 / \kappa_1^2}, \quad r_1 = 1 - \kappa_1(t-1)/2, \quad r_2 = 1 + \kappa_1(t+1)/2 \quad (5.5)$$

Für $\kappa_1 < 0$ ist in (5.5) κ_1 durch $|\kappa_1|$ zu ersetzen und arcsin mit arsinh zu vertauschen. Die Ausdrücke r_1 und r_2 bleiben unverändert.

5.3 90° Wände

Wir haben gesehen, daß in kubischen Kristallen auch ohne angelegte äußere Felder Wände mit einem geringeren Gesamtdrehwinkel

als 180° vorkommen. Als erstes Beispiel für eine solche Wand betrachten wir die Klasse der 90° -Wände in kubischen Kristallen positiver Anisotropie ($K_1 > 0$). Wir wollen dabei zur Vereinfachung $K_2 = 0$ voraussetzen (was z.B. bei Eisen recht gut erfüllt ist). Die Magnetisierung möge sich in der Wand von der $[100]$ -Richtung in die $[010]$ -Richtung drehen (Fig. 5.1). Um Streufelder zu vermeiden, muß dabei die Normalkomponente der Magnetisierung konstant bleiben. Das legt die Mannigfaltigkeit der möglichen Wandnormalen fest: Da die Normalkomponenten der Magnetisierungen in den Domänen übereinstimmen müssen, muß notwendigerweise der Differenzvektor zwischen Anfangs- und Endvektor ($[110]$) senkrecht auf der Wandnormalen stehen. Aus dieser Bedingung erhalten wir für die möglichen Wandnormalen:

$$\underline{n} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin\psi, \frac{1}{\sqrt{2}} \sin\psi, \cos\psi \right), \quad 0^\circ \leq \psi \leq 90^\circ \quad (5.6)$$

Wir führen nun Polarkoordinaten (φ, ϑ) mit \underline{n} als Achse ein und definieren als weitere Einheitsvektoren die Winkelhalbierende $\underline{w} = 1/\sqrt{2}(1, -1, 0)$ und den Tangentialvektor $\underline{t} = \underline{w} \times \underline{n}$. Die Magnetisierung schreibt sich dann:

$$\underline{\alpha} = \cos\vartheta \cdot \underline{n} + \sin\vartheta \cos\varphi \cdot \underline{t} + \sin\vartheta \sin\varphi \cdot \underline{w} \quad (5.7)$$

Zunächst ergibt sich die Austauschenergie zu

$$e_A = A \left[\sin^2\vartheta \left(\frac{d\varphi}{dx} \right)^2 + \left(\frac{d\vartheta}{dx} \right)^2 \right] \quad (5.8)$$

Nach Voraussetzung soll die Normalkomponente stetig sein. Man kann also ϑ als konstant ansehen:

$$\cos\vartheta = \cos\vartheta_\infty = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin\psi \quad (5.9)$$

φ variiert innerhalb der Wand von $-\varphi_\infty$ nach $+\varphi_\infty$, mit

$$\sin\varphi_\infty = 1/(\sqrt{2} \sin\vartheta_\infty) \quad (5.10)$$

Die Integrationen (3.5) und (3.6) (mit $\Theta \equiv \psi$) sind für einige besondere Orientierungen der Wand explizit durchführbar (s. Tab.5.1). Ergebnisse numerischer Berechnungen für beliebige Winkel ψ finden sich in Fig. 5.2 (s. auch [5.1-5.3]). Numerisch bereitet es auch keine Schwierigkeiten, ein angelegtes Feld in [110]-Richtung zu berücksichtigen (Fig. 5.2). (Andere Feldrichtungen sind bei einer ruhenden 90° -Wand nicht möglich. Hätte nämlich ein Feld eine [110]-Komponente, so würde sich die Wand verschieben, und in einer [001]-Feldkomponente wären beide Domänen instabil gegenüber einer Umwandlung in eine längs der dritten leichten Richtung ([001]) magnetisierte Domäne.)

5.4 Die Zickzackfaltung von 90° -Wänden

Bei Bereichsbeobachtungen auf Eiseneinkristallen findet man manchmal zickzackförmig gefaltete Blochwände (Bild 5.3). Eine Erklärung für dieses Phänomen wurde erstmals von Chikazumi und Suzuki [5.3] (s. auch [5.1]) gefunden. Die Erscheinung hängt unmittelbar mit der in Fig. 5.2 gezeigten Orientierungsabhängigkeit der Wandenergie zusammen, wie wir im folgenden zeigen werden. Die Zickzackfaltung tritt stets dann auf, wenn eine 90° -Wand so in die Bereichsstruktur eingespannt ist, daß ihre mittlere Orientierung $\psi = 90^\circ$ beträgt. Die Wand zerfällt dann in Abschnitte mit Orientierungen $\psi < 90^\circ$ und $\psi > 90^\circ$. Um dies zu erklären muß zunächst das Diagramm der Fig. 5.2 für Werte von $\psi > 90^\circ$ erweitert werden. Man erkennt schon durch eine Extrapolation der bisherigen Kurven, daß der für $\psi < 90^\circ$ berechnete Wandtyp für $\psi > 90^\circ$ eine zu hohe Energie hätte. Wechselt man jedoch den Drehsinn der Wand, indem man das Vorzeichen des Vektors \underline{t} umkehrt, so ergibt sich eine $E_G(\psi)$ -Kurve, die genau symmetrisch zur bisherigen in Bezug auf den Punkt $\psi = 90^\circ$ ist. Dies läßt sich aus Gl. (5.7) unmittelbar ablesen, wenn man beachtet, daß die Kristallenergie vom Vorzeichen einer Magnetisierungskomponente nicht abhängt. Nimmt man nun an, daß stets der energetisch günstigere Drehsinn in einer Wand angenommen wird, so erhält man eine effektive Funktion $E_G(\psi)$, die symmetrisch in Bezug auf den Punkt $\psi = 90^\circ$ ist und dort ein singuläres Maximum besitzt. In einer Zickzackwand wechselt also

der Drehsinn von Abschnitt zu Abschnitt, und die mittlere Energie der gesamten Wand beträgt $E_G(\Psi)/\sin\Psi$. Diese Funktion ist in Fig. 5.2 ebenfalls aufgetragen. Sie zeigt in der Tat ein Minimum bei einem Winkel von $\Psi_0=62.4^\circ$, der mit den experimentellen Beobachtungen sehr gut übereinstimmt [4.5].

Zickzackwände sind nicht nur für die mittlere Orientierung $\bar{\Psi}=90^\circ$ zu erwarten, sondern auch für alle mittleren Orientierungen $\bar{\Psi}>\Psi_0$. Eine Rechnung [5.4], die hier kurz angedeutet sei, zeigt, daß auch in diesen Wänden die Wandabschnitte die Orientierungen Ψ_0 und $180^\circ-\Psi_0$ aufweisen, die Länge der einzelnen Wandabschnitte aber entsprechend abgeändert ist (Fig. 5.4). Zum Beweis: (Fig. 5.4). Die ursprüngliche glatte Wand der Orientierung $\bar{\Psi}$ werde durch eine Zickzackwand mit Elementen der Orientierungen Ψ_1 und Ψ_2 ersetzt. Die Gesamtenergie der Zickzackwand, bezogen auf die Fläche der ursprünglichen Wand, beträgt dann:

$$E_Z = \frac{\sin(\bar{\Psi}-\Psi_2)}{\sin(\Psi_1-\Psi_2)} E_G(\Psi_1) + \frac{\sin(\Psi_1-\bar{\Psi})}{\sin(\Psi_1-\Psi_2)} E_G(\Psi_2) \quad (5.11)$$

Wie erläutert, kann $E_G(\Psi)$ als gerade Funktion in Bezug auf $\Psi=90^\circ$ betrachtet werden. Die Variation von \bar{E}_Z nach Ψ_1 und Ψ_2 ergibt dann, daß beide Winkel Ψ_1 und Ψ_2 für alle Ψ symmetrisch zu $\Psi=90^\circ$ sein müssen. Der optimale Wert für Ψ_1 wird wieder Ψ_0 , und man erhält für die mittlere Energie der Zickzackwand als Funktion der mittleren Orientierung $\bar{\Psi}$:

$$E_Z(\bar{\Psi}) = \sin\bar{\Psi} \cdot E_G(\Psi_0)/\sin\Psi_0 \quad (5.12)$$

Für $\bar{\Psi}>\Psi_0$ ist $E_Z(\bar{\Psi})<E_G(\bar{\Psi})$ und damit die Zickzackwand stabil. Die bisherigen Überlegungen zu Zickzackwand machen noch keine Aussage zur Periode der Zickzackstruktur. Diese wird durch kleine zusätzliche Energien bestimmt, die in der bisherigen Behandlung vernachlässigt wurden. Es handelt sich um Streufeldenergien in der Nähe der Knicklinien der Wand sowie um zusätzliche magnetostruktive Energien.

Die Zickzackwand bleibt nach Fig. 5.2 auch in angelegten Feldern gegenüber der glatten Wand begünstigt. Experimente hierzu scheinen noch nicht vorzuliegen.

Ähnliche Instabilitäten gegenüber einer Zickzackfaltung finden sich bei den verschiedensten Wantypen. Da sie leicht zu beobachten sind, stellen sie einen wertvollen Test für die Richtigkeit der jeweils benutzten theoretischen Konzepte dar.

- [5.1] C.D. Graham, J. Appl. Phys. 29, 1451 (1958)
 [5.2] L. Spaček, Ann. d. Physik (7), 5, 217 (1960)
 [5.3] S. Chikazumi, K. Suzuki, J. Phys. Soc. Japan 10, 523 (1955),
 [5.4] A. Hubert, Dissertation, Universität München, 1965

Tabelle 5.1

Die analytisch lösbaren Spezialfälle der 90° -Wand in kubischen Kristallen positiver Anisotropie ($K_2=0$) [2.4].

ψ	Ebene	φ_0	ϑ_0	$e_K(\varphi, \vartheta_0)/K_1$	$X \sqrt{A/K_1}$	$E_G \sqrt{AK_1}$
0°	(100)	45°	90°	$\frac{1}{4}\cos^2 2\varphi$	$\operatorname{artanh}(\sin 2\varphi)$	1
54.8°	(111)	60°	54.8°	$\frac{8}{27}\cos^2(\frac{3}{2}\varphi)$	$\operatorname{arsinh}(\tan(\frac{3}{2}\varphi))$	$\frac{32}{27}$
90°	(011)	90°	45°	$\frac{1}{2}\cos^2\varphi(1-\frac{3}{8}\cos^2\varphi)$	$\operatorname{arsinh}(\sqrt{\frac{8}{5}}\tan\varphi)$	$1+\frac{5}{\sqrt{24}}\operatorname{artanh}\sqrt{\frac{3}{8}}$

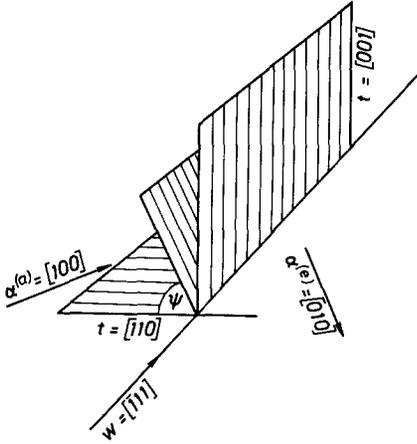


Fig. 5.1 Die möglichen Orientierungen einer 90°-Wand

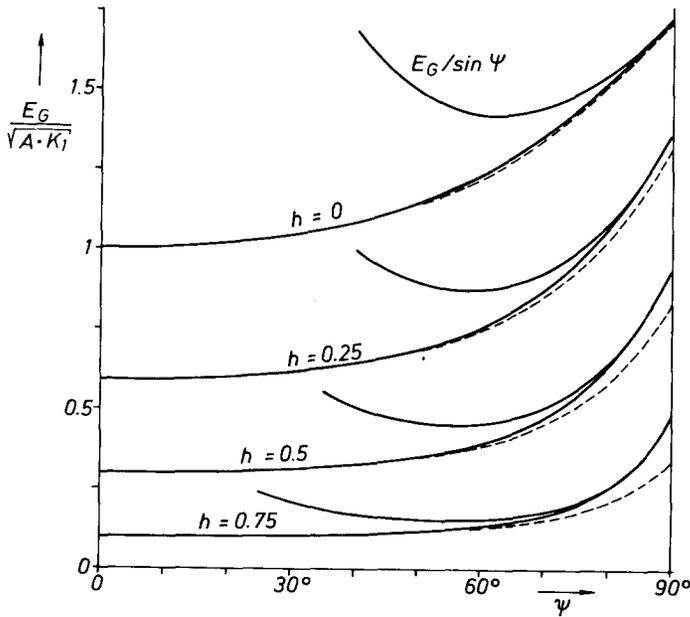


Fig. 5.2 Wandenergie von 90°-Wänden als Funktion der Orientierung. Parameter: Stärke eines angelegten Feldes in [110]-Richtung. Gestrichelt: Energie nach Berücksichtigung von Abweichungen vom genauen Blochwandverhalten $\mathcal{J} = \text{const.}$ (Abschn. 3.3b). Die Kurven $E_G / \sin \psi$ liefern den Winkel ψ_0 der Zickzackfaltung (Abschn. 5.4)

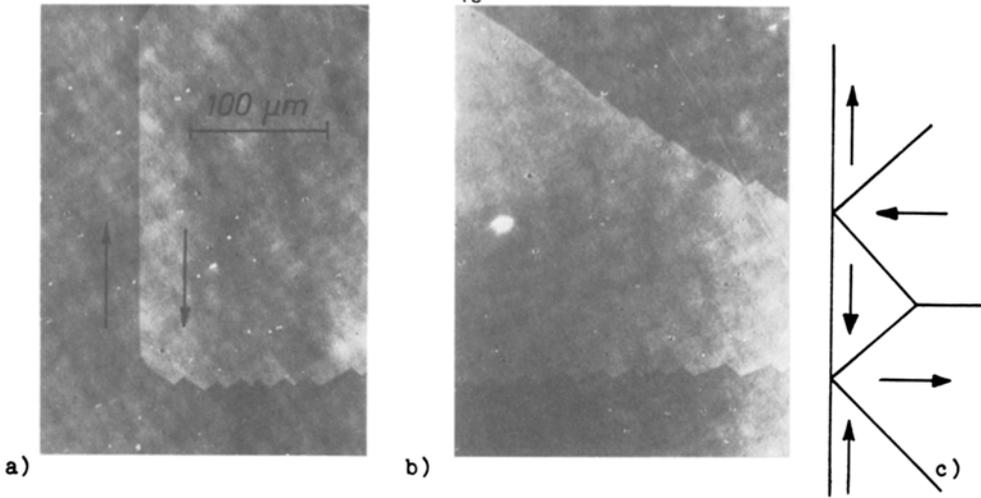


Bild 5.3 Experimentelle Beobachtung von Zickzackwänden auf einer Probe aus 50Ni50Fe, die parallel zu einer (100)-Oberfläche geschnitten ist. Die Bereichsanordnung im Innern ist in Teilbild c) skizziert. Auf der Oberfläche wird die Schnittlinie zweier 90° -Wände sichtbar. In a) ist außerdem eine 180° -Wand zu sehen, in b) eine Zickzackwand mit einem von 90° verschiedenen mittleren Orientierungswinkel $\bar{\psi}$.

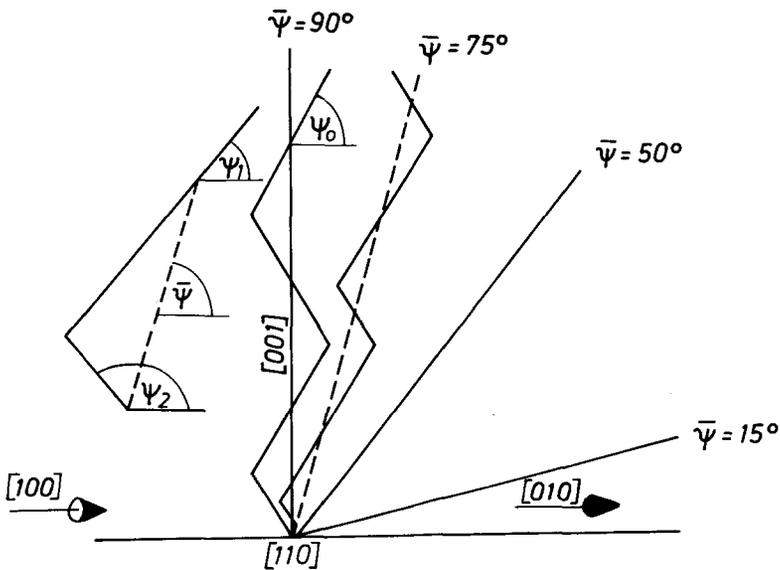


Fig. 5.4 Zur Berechnung von Zickzackwänden mit verschiedenen mittleren Orientierungswinkeln $\bar{\psi}$.