

6. Magnetische Streufelder in Blochwänden

Bisher haben wir gefordert, daß keine inneren magnetischen Streufelder in den Wänden auftreten sollen. Diese Annahme beruht jedoch nicht auf einem Naturgesetz, sie ist lediglich eine (meist berechnete) Näherungsannahme. Wenn der Spinverlauf von dem divergenzfreien Verlauf abweicht, ergibt sich eine zusätzliche Energie, eben die Streufeldenergie (1.6), die wir im nächsten Abschnitt berechnen wollen. Es wird sich zeigen, daß unter bestimmten Bedingungen, so vor allem in magnetisch harten Materialien und in hohen angelegten Feldern, streufeldbehaftete Wände durchaus energetisch günstiger sein können als die klassischen streufeldfreien Blochwände .

6.1 Die Streufeldenergie

Die magnetische Streufeldenergie ist für eindimensionale, ebene Probleme einfach auszuwerten. Die Quellen des Streufeldes, die sogenannten magnetischen Ladungen, sind nach (1.5) durch die Divergenzen der Magnetisierung gegeben:

$$\varphi_m = -4\pi \operatorname{div} \underline{I} = -4\pi (d\underline{I}/dx) \cdot \underline{n} \quad (6.1)$$

(\underline{n} = Wandnormale). Das Feld kann nur in die Normalenrichtung zeigen. Die Werte der Felder im Unendlichen $H^{(a)}$ und $H^{(e)}$ sind durch die Gesamtladung gegeben:

$$|\underline{H}^{(e)} - \underline{H}^{(a)}| = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_m dx = -4\pi (\underline{I}^{(e)} - \underline{I}^{(a)}) \cdot \underline{n} \quad (6.2)$$

wobei $\underline{I}^{(a)}$ und $\underline{I}^{(e)}$ die Magnetisierungen in den Bereichen seien. Wenn keine weiteren Streufelder mit diesem Streufeld wechselwirken und beide Bereiche gleich groß sind, dann muß das Streufeld in beiden Bereichen entgegengesetzt gleich sein. Aus dieser

Randbedingung und Gleichung (1.5) folgt für das Feld:

$$H_s = -4\pi(\underline{I}-\tilde{\underline{I}}) \cdot \underline{n} \quad \text{mit} \quad \tilde{\underline{I}} = I_s \tilde{\underline{\alpha}} = \frac{1}{2}(\underline{I}^{(a)} + \underline{I}^{(e)}) \quad (6.3)$$

Die Streufeldenergie läßt sich damit ebenso wie die Kristallenergie durch Integration über eine lokal gegebene Energiedichte berechnen, welche sich in der Form:

$$e_s = H_s^2 / (8\pi) = 2\pi I_s^2 [(\alpha_i - \tilde{\alpha}_i) n_i]^2 \quad (6.4)$$

schreiben läßt.

Es sei bemerkt, daß Gl. (6.4) auch den Fall sogenannter geladener Wände [6.1] umfaßt, bei denen die Normalkomponente der Magnetisierung in den beiden Bereichen nicht übereinstimmt und daher bis ins Unendliche reichende Streufelder auftreten.

Das wichtigste Merkmal von Gl. (6.4) ist, daß sie keine Ableitungen der Magnetisierung mehr enthält - eine Konsequenz unserer Annahme ebener und eindimensionaler Wände. Als Folge dieser Besonderheit können wir die Streufeldenergie zwanglos zur verallgemeinerten Kristallenergie $G(\theta_i)$ addieren und damit in den Rahmen der allgemeinen Theorie zurückkehren. Lediglich den Randbedingungen müssen einige besondere Überlegungen gewidmet werden.

6.2 Auswirkungen der Streufeldkopplung auf die Randbedingungen

Um die Randbedingungen eines Wandproblems zu berechnen, genügte es bisher, die Lage der Minima der jeweiligen Funktion $G(\theta_i)$ zu berechnen. Das ist im allgemeinen nicht mehr möglich, wenn die Streufeldenergie e_s zu $G(\theta_i)$ beiträgt, denn in e_s sind die Randwerte $\underline{I}^{(a)}$ und $\underline{I}^{(e)}$ miteinander gekoppelt. In einem solchen Fall muß die Summe der Energien in beiden Bereichen bezüglich der Randwerte gemeinsam variiert werden.

Wir wollen von zwei gleich großen Bereichen, die jeder die Größe 1 haben mögen, ausgehen. Die Funktion $G(\theta_i)$ stelle sich in der

Form $G(\theta_i) = G_o(\theta_i) + e_s(\theta_i)$ dar, wobei θ_i ein geeigneter Variablen-
satz zur Charakterisierung des Magnetisierungsvektors sei, und
 e_s durch Gl. (6.4) gegeben sei. Die Gesamtenergie des Systems
lautet dann:

$$E_G = G_o(\theta_i^{(a)}) + G_o(\theta_i^{(e)}) + 2\pi[\underline{I}(\theta_i^{(a)}) - \underline{I}(\theta_i^{(e)}) \cdot \underline{n}]^2 \quad (6.5)$$

Wir führen folgende Abkürzungen ein:

$$\underline{I}^{(a)} = \underline{I}(\theta_i^{(a)}), \quad \underline{I}'^{(a)} = \frac{\partial \underline{I}}{\partial \theta_i} \Big|_{\theta_i = \theta_i^{(a)}} \quad \text{etc.} \quad (6.6)$$

und erhalten durch Variation von (6.5) nach $\theta_i^{(a)}$ folgende Be-
dingung für die Randwerte:

$$G_o'(a) + 2\pi(\underline{I}'^{(a)} \cdot \underline{n})[(\underline{I}^{(a)} - \underline{I}^{(e)}) \cdot \underline{n}] = 0 \quad (6.7)$$

Weitere entsprechende Gleichung ergebe sich durch Variation
nach $\theta_i^{(e)}$. Damit verfügen wir über ein gekoppeltes Gleichungs-
system für die Randwerte $\theta_i^{(a)}$ und $\theta_i^{(e)}$, das z.B. numerisch mit
Hilfe der Newtonschen Methode gelöst werden kann.

Die Bestimmung der Randwerte vereinfacht sich dann wesentlich,
wenn von vornherein feststeht, daß die Wand keine magnetische
Überschußladung trägt. Dann verschwindet das Skalarprodukt
 $(\underline{I}^{(a)} - \underline{I}^{(e)}) \cdot \underline{n}$ und damit der zweite, von der Streufeldenergie
herrührende Term in Gl. (6.7). Bei ungeladenen Wänden kann man
also die Randwerte einzeln aus $G_o(\theta_i)$ allein berechnen. Die
Streufeldenergie ist erst nach der Bestimmung der Randwerte
zur Bestimmung der Energie und des Verlaufs der Wand hinzuzu-
fügen. Im Ferromagnetismus stellen die ungeladenen Wände den
Normalfall dar, sodaß man in der Regel, falls nicht noch andere
weitreichende Kopplungen (z.B. magnetostriktiven Ursprungs,
Abschn. 8) vorliegen, die Randwerte unabhängig voneinander
berechnen kann.

Wir wollen noch einmal auf den allgemeineren Fall geladener
Wände zurückkommen, in dem also die Randwerte nur gemeinsam zu

bestimmen sind. In diesem Fall ist es interessant, das Verhalten der Funktion $G(\theta_i)$ in den so berechneten Randpunkten zu untersuchen. Dazu leiten wir $G(\theta_i)$ nach θ_i ab, wobei jetzt der Mittelwert \underline{I} als gegeben und konstant anzusehen ist. Für diese Ableitung im Punkt $\theta_i^{(a)}$ ergibt sich:

$$G'(\theta_i^{(a)}) = G'_0(\theta_i^{(a)}) + 4\pi(\underline{I}^{(a)} \cdot \underline{n}) \left[\frac{1}{2}(\underline{I}^{(a)} - \underline{I}^{(e)}) \cdot \underline{n} \right] \quad (6.8)$$

Nach (6.7) verschwindet diese Ableitung, das heißt auch bei vorhandener Streufeldkopplung bleibt die Funktion $G(\theta_i)$ in den Randpunkten stationär. Das Verhalten der Funktion $G(\theta_i)$ in der Umgebung der Randpunkte bestimmt nach Gl. (3.5) den Verlauf des Wandprofils im Unendlichen, wie wir in Abschn. 3.3c genauer untersucht haben. Alle Folgerungen dieses Abschnitts, insbesondere über das exponentielle Verhalten der Variablen für $x \rightarrow \infty$ (Gl.(3.23)) bleiben also gültig.

Die Identität der beiden in Gl. (6.7) und (6.8) auftretenden Ausdrücke ist eine durch die spezielle Form von e_s bedingte Besonderheit. Es gibt keine entsprechende Identität für die zweiten Ableitungen.

6.3 Berechnung der inneren Streufelder in 90° -Wänden

Als eine erste Anwendung von Gl. (6.4) wollen wir die geringen Streufelder in 90° -Wänden berechnen, wie sie sich aus der Methode der Linearisierung (Abschn. 3.3b) ergeben. Gleichzeitig stellt diese Rechnung ein erstes Beispiel für eine Wandberechnung mit mehr als einer Konfigurationsvariablen dar.

Wir benutzen wieder die schon in Abschn. 5.3 eingeführten Polarkoordinaten φ und \mathcal{D} . In diesen Variablen schreibt sich die Streufeldenergie (6.4) in der folgenden Form:

$$e_s = 2\pi I_s^2 (\cos \mathcal{D} - \overline{\cos \mathcal{D}})^2 \quad \text{mit} \quad \overline{\cos \mathcal{D}} = \frac{1}{2}(\cos \mathcal{D}^{(a)} + \cos \mathcal{D}^{(e)}) \quad (6.9)$$

Bei den früher behandelten 90° -Wänden war der Winkel $\mathcal{D} = \mathcal{D}_\infty$ in

der ganzen Wand konstant. Um die Abweichungen von dieser Bedingung zu berechnen, können wir unmittelbar die Theorie des Abschnitts 3.3b anwenden. Der Beitrag $e_s(\vartheta)$ zu $G(\varphi, \vartheta)$ sorgt wegen $2\pi I_s^2 \gg K_1$ z.B. in Eisen für den geforderten großen Wert der zweiten Ableitung $G_{\vartheta\vartheta}(\varphi, \vartheta_\infty)$. Die Funktion $a(\varphi, \vartheta)$ ergibt sich aus Vergleich mit (5.8) zu $a = \sin^2 \vartheta$. Berechnet man gemäß Gl. (3.15) die durch die Variation von ϑ mögliche Energieabsenkung, so erhält man für Eisen die in Fig. 5.2 gestrichelt eingezeichneten Kurven. Die Abweichungen ΔE ist besonders groß bei $\Psi = 90^\circ$ und in höheren angelegten Feldern, sie verschwindet bei $\Psi = 0$, nicht jedoch bei $h = 0$, $\Psi \neq 0$.

Eine übersichtliche Darstellung des Magnetisierungspfad es solcher Wände erhält man durch eine stereographische Projektion, indem man die Winkel ϑ und φ in ein Wulffsches Netz einträgt. Die Wandnormale soll dabei mit dem "Nordpol" des Bildes zusammenfallen. Streufeldfreie Wände würden sich in dieser Darstellung als Kleinkreise um den Nordpol darstellen. In Fig. 6.1 erkennt man, daß die bei $h = 0$ noch sehr geringe Abweichung des wirklichen Pfades vom streufeldfreien Kleinkreis mit zunehmendem Feld stark ansteigt. Charakteristisch für die in Fig. 6.1 dargestellte Orientierung $\Psi = 90^\circ$ ist, daß die Abweichungen $\vartheta - \vartheta_\infty$ in der Nähe der Randpunkte quadratisch verschwinden, - ein Ergebnis, das auch aus Abschn. 3.3c folgt.

Offenbar versagt das angewandte Verfahren der Linearisierung bei $\Psi = 90^\circ$ bereits in Feldern $h \geq 0.75$. Im folgenden Abschnitt werden wir an Hand der analogen Verhältnisse in einachsigen Kristallen verfolgen, wie die Wand in noch höheren Feldern in einen neuen Wandmodus, die Néelwand, übergeht.

[6.1] J. Kaczer, J.Phys.Rad. 20, 120 (1959)

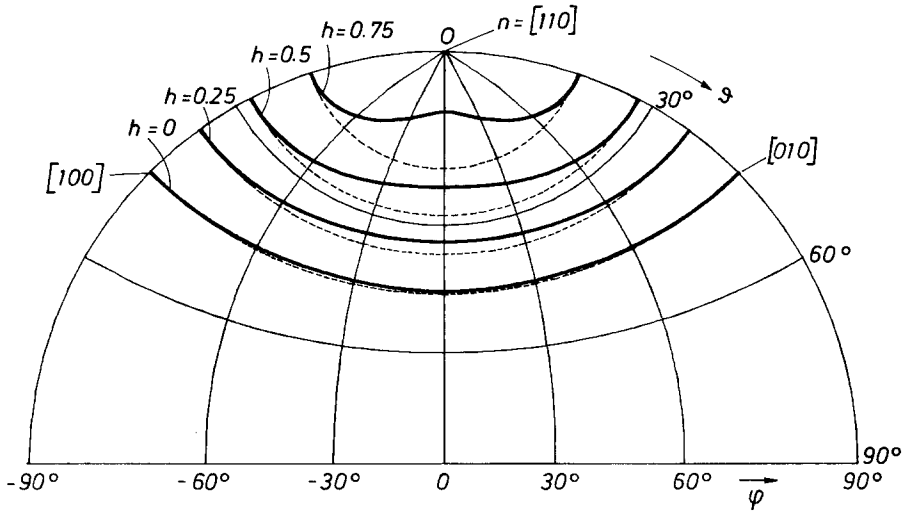


Fig. 6.1

Der Magnetisierungspfad von 90° -Wänden in stereographischer Darstellung. Parameter: Stärke eines angelegten Feldes $h = HI_g / (2K_1)$. Abweichungen von den Kleinkreisen $\vartheta = \text{const}$ (gestrichelt) geben Abweichungen vom streufeldfreien Verhalten wieder.