

9. Beispiele für Wandberechnungen unter Berücksichtigung der magnetostriktiven Eigenenergie

Im folgenden sollen die Ergebnisse des Abschnittes 8.5 auf einige Wandtypen in kubischen Materialien angewendet werden. Zunächst wollen wir einige einfache Spezialfälle analytisch verfolgen, um sie in komplizierteren Fällen durch numerische Berechnungen zu ergänzen. Für die analytischen Rechnungen formen wir Gleichung (8.34) etwas um und berücksichtigen dabei die kubische Anisotropie. Mit den Abkürzungen:

$$\underline{\hat{L}} = \underline{L} - \underline{\bar{L}}, \quad l_k = n_i \hat{L}_{ik}, \quad \tilde{L}_{ik} = \frac{1}{2}(\hat{L}_{ik} + \hat{L}_{ki}) \quad (9.1)$$

erhalten wir:

$$e_{ms} = e_{ms}^{(1)} + e_{ms}^{(2)} = \frac{1}{2} s_{iklm} \tilde{L}_{ik} \tilde{L}_{lm} - \frac{1}{2} l_i l_k \Gamma_{ik}^{-1} \quad (9.2)$$

Der erste Term hat die Form einer elastischen Energie und schreibt sich für kubische Materialien (unter Berücksichtigung von $\Sigma L_{ii} = 0$, Gl.(8.10)) in der folgenden einfachen Form:

$$e_{ms}^{(1)} = \frac{1}{4C_2} (\tilde{L}_{11}^2 + \tilde{L}_{22}^2 + \tilde{L}_{33}^2) + \frac{1}{2C_3} (\tilde{L}_{12}^2 + \tilde{L}_{13}^2 + \tilde{L}_{23}^2) \quad (9.3)$$

Der zweite Anteil in Gl.(9.2) gibt die Energieverminderung durch eine inhomogene Entspannung innerhalb der Wand wieder. Nur, in ihm spielt der asymmetrische Anteil von $\underline{\hat{L}}$, also die Magnetorotationsenergie, eventuell eine Rolle.

Die Spannungen (Gl.(8.36)) lassen sich in entsprechender Weise aufteilen:

$$\sigma_{ik}^{(ms)} = \sigma_{ik}^{(1)} + \sigma_{ik}^{(2)} = \hat{L}_{ik} - c_{ikrs} n_r l_m \Gamma_{sm}^{-1} \quad (9.4)$$

9.1 (100)-180°-Wände in Eisen

Der Ausgangspunkt unserer Überlegungen zur magnetostriktiven Eigenenergie war das Problem einer endlichen Wandweite der (100)-180°-Wand. Wir wollen nunmehr zeigen, wie dieses Problem mit Hilfe der

allgemeinen Theorie zu lösen ist.

Benutzen wir wieder die Bezeichnungen des Abschnitts 5.2a mit $\Psi=90^\circ$, dann lautet die Wandnormale $\underline{n}=(0,0,1)$ und die Richtung der Magnetisierung $\underline{\alpha}=(\sin\theta, \cos\theta, 0)$. Die Magnetisierung in den Bereichen ist durch $\theta=\pm 90^\circ$ gekennzeichnet.

Für den Tensor $\hat{\underline{L}}$ ergibt sich aus Gleichung (8.10) und (8.15):

$$\hat{\underline{L}} = \begin{pmatrix} -L_a & L_b+L_c & 0 \\ L_b-L_c & L_a & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} L_a &= -3C_2\lambda_{100}\cos^2\theta & (9.5) \\ L_b &= -3C_3\lambda_{111}\sin\theta\cos\theta \\ L_c &= -K_1\sin\theta\cos\theta(\cos^2\theta-\sin^2\theta) \end{aligned}$$

Damit verschwindet der Vektor \underline{l} und folglich auch die Beiträge $e_{ms}^{(2)}$ und $\sigma^{(2)}$, d.h. die Verzerrungen sind innerhalb der (100) - 180° -Wand homogen und es findet keine inhomogene Entspannung statt.

Aus (9.2) ergibt sich dann unmittelbar:

$$e_{ms} = \frac{9}{2}(C_2\lambda_{100}^2\cos^4\theta + C_3\lambda_{111}^2\sin^2\theta\cos^2\theta) \quad (9.6)$$

Diese Formel wurde schon von Néel [4.2] angegeben. Die entsprechenden Formeln bei Lifshitz [4.1] und Lilley [2.4] sind mit (9.6) äquivalent, wenn den Nullpunkt der Energie so, wie hier vereinbart, in den entspannten Zustand verlegt wird. Mit Gl.(9.5) ergibt sich für den Parameter κ in Gl.(4.5) der Wert

$$\kappa = -1 + \frac{4.5 C_2 \lambda_{100}^2}{K_1 + 4.5 C_3 \lambda_{111}^2} \quad (9.7)$$

und damit - ähnlich wie im Fall einer angelegten äußeren Spannung (Abschnitt 8.4) - eine endlich Wandweite. Die magnetostriktiven Eigenspannungen schließlich ergeben sich aus Gl.(9.4) zu $\underline{\sigma}=\hat{\underline{L}}$.

9.2 180° -Wände in Nickel

Zunächst sei der Fall einer Wand mit der Wandnormale $\underline{n}=\frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,\bar{1})$ analytisch untersucht. Die Magnetisierung drehe aus der

$[\bar{1}\bar{1}\bar{1}]$ -Richtung in die $[111]$ -Richtung, stelle sich also in der folgenden Form dar:

$$\underline{\alpha} = \sin\theta \frac{1}{\sqrt{3}}(1,1,1) + \cos\theta \frac{1}{\sqrt{6}}(-2,1,1), \quad -90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ \quad (9.8)$$

Bei $\theta \approx 19^\circ$ trifft die Magnetisierung auf eine weitere leichte Richtung ($[\bar{1}11]$). Auch diese 180° -Wand hat also die Tendenz, in zwei Teilwände zu zerfallen (und zwar in eine 71° - und eine 109° -Wand). Zunächst berechnen wir die Tensoren \hat{L} und Γ^{-1} :

$$\hat{L} = \begin{pmatrix} L_a & L_b + L_c & L_b + L_c \\ L_b - L_c & -L_a/2 & L_d \\ L_b - L_c & L_d & -L_c/2 \end{pmatrix} \quad (9.9)$$

mit

$$\begin{aligned} L_a &= -C_2 \lambda_{100} \cos\theta (\cos\theta - \sqrt{8} \sin\theta) \\ L_b &= C_3 \lambda_{111} \cos\theta (\cos\theta + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin\theta) \\ L_c &= \frac{1}{6} K_1 (1 - 2\cos^2\theta - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin\theta) \cos\theta (\cos\theta - \sqrt{8} \sin\theta) \\ L_d &= \frac{1}{2} C_3 \lambda_{111} \cos\theta (\cos\theta - \sqrt{8} \sin\theta) \end{aligned} \quad (9.10)$$

$$\Gamma^{-1} = \begin{pmatrix} 1/c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & (c_{11} + c_{44})/N - (c_{12} + c_{44})/N \\ 0 & -(c_{12} + c_{44})/N & (c_{11} + c_{44})/N \end{pmatrix} \quad (9.11)$$

mit $N = C_2 (c_{11} + c_{12} + 2c_{44})$

Für \underline{l} erhalten wir:

$$\underline{l} = \underline{n} \cdot \underline{L} = -(L_d + L_a/2) \underline{n} \quad (9.12)$$

Damit sehen wir, daß das Produkt $l_i l_k \Gamma_{ik}^{-1}$ in Gl. (9.2) keineswegs verschwindet. Die Verzerrung innerhalb einer 180° -Wand in Nickel ist also nicht konstant, wie Lilley vereinfachend annahm. Richtig wurde diese Wand dagegen von Rieder [8.5] und Döring [1.1] behandelt. Wir bemerken außerdem, daß der von der Magnetorotationsenergie her-rührende Anteil L_c auch bei dieser Wand herausfällt.

Wir erhalten schließlich für die magnetoelastische Eigenenergie:

$$e_{ms} = \cos^2\theta(\cos\theta - \sqrt{8}\sin\theta)^2 \left[\frac{3}{2}c_2\lambda_{100}^2 - \frac{1}{8} \frac{(c_3\lambda_{111} - c_2\lambda_{100})^2}{c_{11} + c_{12} + 2c_{44}} \right] + \frac{1}{2}c_3\lambda_{111}^2(5 + 3.5\cos^2\theta + \sqrt{8}\sin\theta\cos\theta)\cos^2\theta \quad (9.13)$$

Die Kristallenergie für diesen Wandtyp ergibt sich andererseits (mit $K_2=0$) zu

$$e_k = -K_1\cos^2\theta(\cos\theta - \sqrt{8}\sin\theta)^2/12 \quad (9.14)$$

Damit haben sowohl e_k wie e_{ms} die Form der Gl.(5.3). Die Parameter κ_1 und κ_2 errechnen sich für die Kristallenergie allein zu $\kappa_1 = -7/8$ und $\kappa_2 = -1/\sqrt{2}$. Mit diesen Parametern würde das Integral (5.4) und damit die Wandweite divergieren. Der zweite Term in e_{ms} liefert jedoch einen positiven Beitrag zu κ_1 von der Größenordnung $2.5c_3\lambda_{111}^2/K_1$ und führt damit zu einer endlichen Wandweite.

In Fig.9.1 sind Ergebnisse numerischer Berechnungen, unter Ein-schluss der zweiten Anisotropiekonstanten K_2 , für alle möglichen Wandorientierungen zusammengefaßt. Die Orientierung parallel zur (110)-Ebene, die wir hier analytisch durchgerechnet haben, besitzt erwartungsgemäß die geringste Energie. Die Wandweite ist jedoch nur rund 15% größer als in der Orientierung $\Psi=30^\circ$, die die höchste Energie aufweist. Darin zeigt sich wieder der starke Einfluß der Magnetostriktion auf alle Wände in Nickel.

9.3 (110)- 90° -Wände in Eisen

Ein weiterer Spezialfall, nämlich die parallel zu einer (110)-Ebene orientierte 90° -Wand in einem Material positiver Anisotropie

($\Psi=90^\circ$, s.Abschn.5.3) sei explizit berechnet, da sich an ihm die Größenordnung der neuen, mit den Gitterrotationen verknüpften Energieterme demonstrieren läßt. Der Fall ist insofern noch einfach, als die Spannungen auf die Wand lokalisiert sind und damit keinen Einfluß auf die Randbedingungen ausüben (s.Abschn.8.7). Die magnetostriktive Eigenenergie ergibt sich nach einigen Zwischenrechnungen zu:

$$e_{ms} = -\frac{9}{4}C_3\lambda_{111}^2 \cos^2\psi + \frac{9}{16}\left[\frac{3}{2}(C_2\lambda_{100}^2 - C_3\lambda_{111}^2) - \frac{C_2\lambda_{100} - C_3\lambda_{111}}{c_{11} + c_{12} + 2c_{44}}\right] \cos^4\psi + \frac{3}{8}K_1\lambda_{100}\sin^2\psi \cos^2\psi - \frac{K_1^2}{32C_2}\sin^2\psi \cos^4\psi \quad (9.15)$$

Hier treten also auch Beiträge auf, die von den Gitterrotationen herrühren. Für Eisen ergibt sich etwa:

$$\frac{9}{4}C_3\lambda_{111}^2 \approx 900 \text{ erg/cm}^3, \quad \frac{3}{8}K_1\lambda_{100} \approx 3.4 \text{ erg/cm}^3, \quad \frac{K_1^2}{32C_2} \approx 0.014 \text{ erg/cm}^3$$

Bei Eisen stellen also die Magnetorotationsterme eine relativ geringfügige Korrektur zur magnetostriktiven Eigenenergie dar. In anderen Materialien - mit hoher Kristallenergie, aber niedrigerer Magnetostriktion, wie z.B. Siliziumeisen mit 6.4 Gew% Si - sind die verschiedenen Beiträge aber durchaus von gleicher Größenordnung.

9.4 71° -Wände in Nickel

Es seien $\underline{\alpha}^a = \frac{1}{\sqrt{3}}(111)$ und $\underline{\alpha}^e = \frac{1}{\sqrt{3}}(11\bar{1})$ die Ausgangs-Magnetisierungsrichtungen in den Bereichen. Dann ist $\underline{w} = (001)$ die Winkelhalbierende, auf der die Wandnormale \underline{n} senkrecht stehen muß, um Streufeldfreiheit zu ermöglichen. Die genaue Lage der Wandnormalen sei wie bei der 90° -Wand in Eisen durch einen Winkel Ψ charakterisiert; $\Psi=0^\circ$ entspreche $\underline{n} = \frac{1}{\sqrt{2}}(110)$. $\Psi=90^\circ$ kennzeichnet dann diejenige Orientierung der Wand, bei der keine weitreichenden Spannungen erwartet werden.

Die Ergebnisse numerischer Rechnungen sind in der Fig.9.2 und 9.3 dargestellt. Fig.9.2 zeigt neben der Wandenergie (berechnet mit und

ohne Magnetostraktion) auch die Wandweite und den Wandwinkel als Funktion der Orientierung. Wie in Abschnitt 8.8 erläutert, reduziert sich der Wandwinkel unter dem Einfluß der Magnetostraktion bei allen magnetostraktiv geladenen Wänden. Der Effekt macht hier maximal etwa 2° aus. Fig.9.3 zeigt die Hauptspannungskomponenten der inneren Spannungen für drei verschiedene Wandorientierungen. In Nickel sind die von den inneren Gitterrotationen hervorgerufenen Spannungen noch mehr als in Eisen zu vernachlässigen, da die Kristallenergiekonstanten etwa um den Faktor 1000 kleiner als die magnetostraktiven Spannungen (charakterisiert etwa durch $C_3\lambda_{111}$) sind.

Die 71° -Wand in Nickel verhält sich ähnlich wie die 90° -Wand in Eisen. Auch sie besitzt ein Energiemaximum bei $\Psi=90^\circ$. Eine gefaltete Wand mit $\Psi_c=54^\circ$ ist energetisch günstiger als eine Wand mit $\Psi=90^\circ$.

9.5 109° -Wände in Nickel

Wählt man $\underline{\alpha}^e = \frac{1}{\sqrt{3}}(\bar{1}, \bar{1}, 1)$ und $\underline{\alpha}^a = \frac{1}{\sqrt{3}}(1, 1, 1)$, so entsteht die 109° -Wand. Auch diese Wand kann man durch einen Orientierungswinkel Ψ kennzeichnen, wobei wieder $\Psi=0$ bei $\underline{n} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 1, 0)$ gelten möge.

Die Orientierung $\Psi=90^\circ$ ($\underline{n}=(0, 0, 1)$) ist dadurch ausgezeichnet, daß bei ihr die Magnetisierung der Blochwand durch eine weitere leichte Richtung hindurchdreht. Das daraus resultierende Bestreben der Wand in zwei Teilwände (71° -Wände) zu zerfallen, wird auch in diesem Fall durch die magnetostraktive Wechselwirkung verhindert. Die Wandweite hat bei $\Psi=90^\circ$ ein Maximum (Fig.9.4), jedoch ist die Wandenergie bei dieser Orientierung keineswegs minimal. Die Wandenergie weist vielmehr ein Minimum bei $\Psi=77^\circ$ auf, und demgemäß ist auch die 109° -Wand mit $\bar{\Psi}=90^\circ$ instabil gegen Zickzackfaltung, mit einem bei 78° liegenden Gleichgewichtswinkel Ψ_0 . Die Hauptspannungskomponenten der 109° -Wand sind in Fig.9.5 dargestellt.

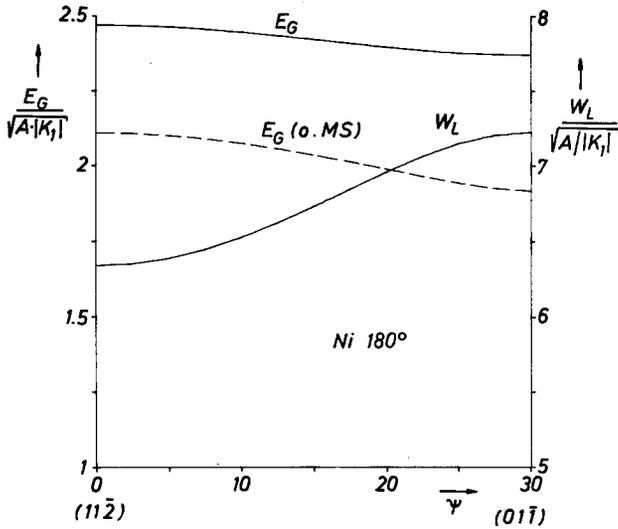


Fig.9.1

Wandenergie E_G und Wandweite W_L für 180°-Wände in Nickel. Gestrichelt: Wandenergie ohne Berücksichtigung der magnetostriktiven Eigenenergie

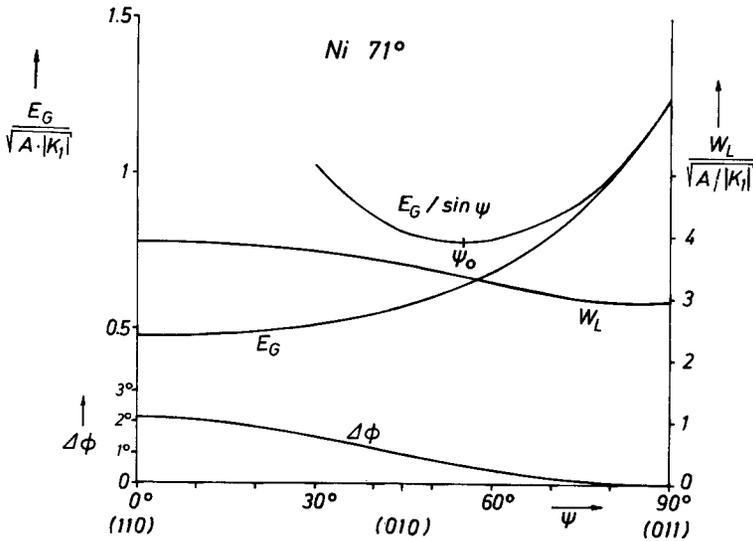


Fig.9.2

Die Eigenschaften von 71°-Wänden in Nickel als Funktion der Wandorientierung ψ . E_G =Wandenergie, W_L =Wandweite nach Lilley, $\Delta\phi$ ist die magnetostriktiv bedingte Abweichung des Wandwinkels vom Normalwert 70.54°. ψ_0 =Zickzackwinkel.

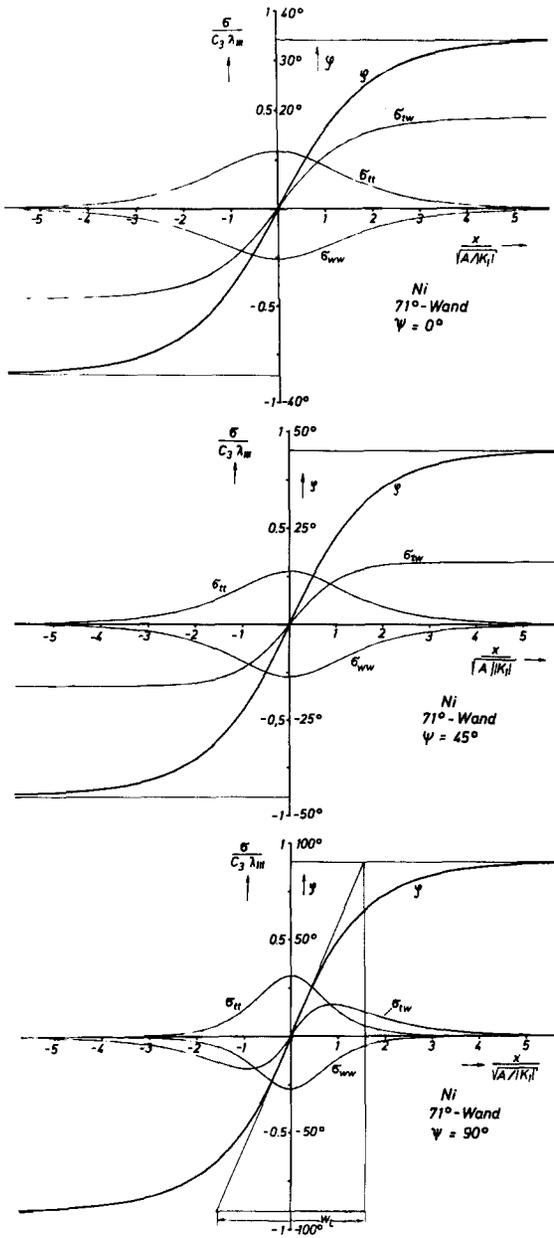


Fig.9.3

Die Hauptspannungskomponenten in 71°-Wänden als Funktion der Ortskoordinate x senkrecht zur Wand. a) $\psi = 0^\circ$, b) $\psi = 45^\circ$, c) $\psi = 90^\circ$. $\psi = 90^\circ$ zeigt die magnetostriktiv nicht "geladene" Wand, die keine Spannungen in den Domänen aufweist. Die Komponenten sind gemäß $\sigma_{tt} = t_i t_k \sigma_{ik}^{(ms)}$ etc. definiert. \underline{w} = Winkelhalbierende, \underline{n} = Wandnormale, \underline{t} = Tangentialvektor $\underline{n} \times \underline{w}$. Zusätzlich ist jeweils der Drehwinkel (x) eingetragen.

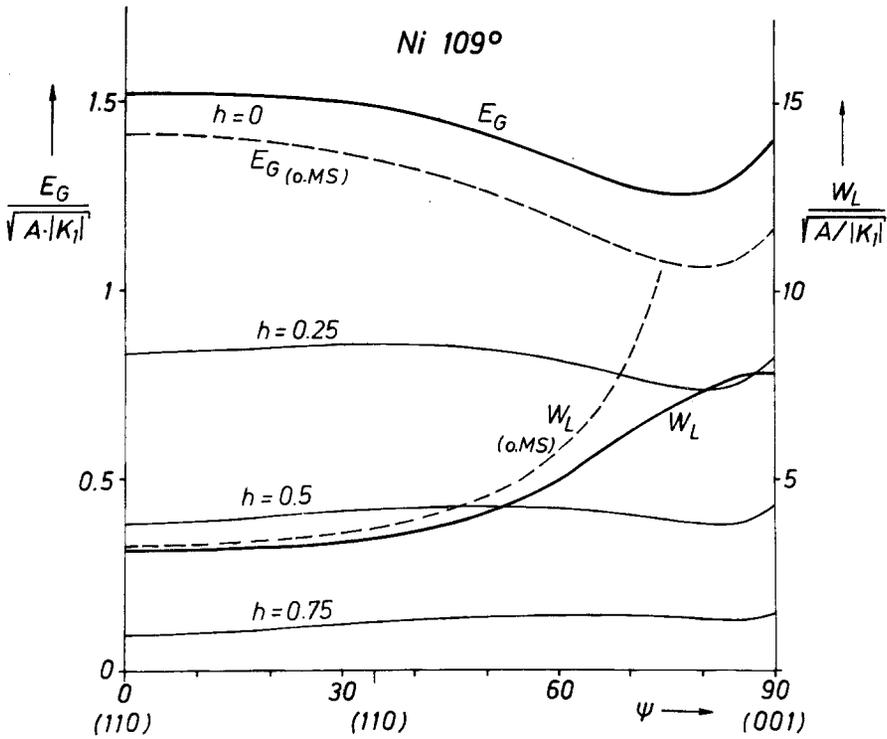


Fig.9.4

Die Eigenschaften von 109° -Wänden in Nickel als Funktion der Wandorientierung ψ . Die Wandenergie ist für verschiedene Größen eines Feldes dargestellt. $h = HI_S / (2|K_1|) =$ reduzierte Feldstärke

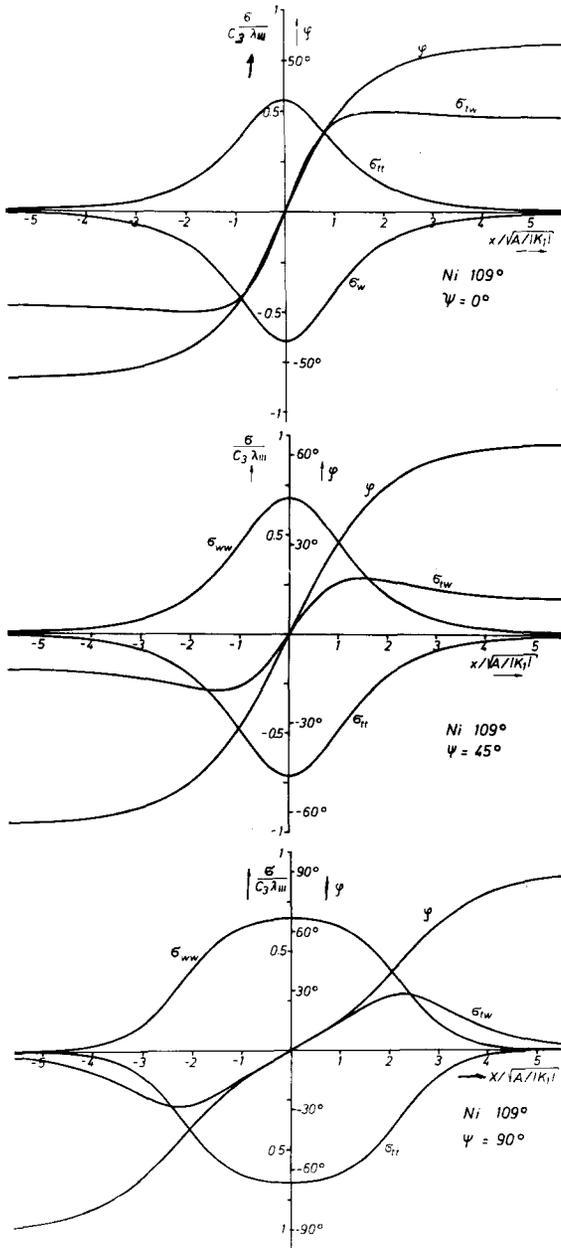


Fig.9.5

Die Spannungskomponenten und der Wanddrehwinkel für die 109° -Wand in Nickel