

14. Genauere Untersuchung der Néelwände in dünnen Schichten

14.1 Historischer Überblick

Die offensichtlichen Unzulänglichkeiten des Néelschen Modells führten schon früh zu Bemühungen um exaktere Rechenmethoden. Ein erster wichtiger Schritt stammt von Dietze und Thomas (14.1). Sie legten für Bloch- und Néelwand jeweils ein einfaches Modell zugrunde, für das sie die verschiedenen Energien einschließlich der Streufeldenergie exakt berechnen konnten. Der Vorteil dieser Methode ist, daß die so berechneten Gesamtenergien notwendigerweise obere Grenzen für die wirkliche Wandenergie darstellen. Bei Néels Abschätzung der Streufeldenergie kann man a priori nicht entscheiden, ob das Ergebnis zu hoch oder zu niedrig liegt. (In der Tat erwies sich die Néelsche Streufeldenergie für die Néelwand als zu hoch, für die angesetzte Blochwandstruktur aber als zu niedrig). Die von Dietze und Thomas eingeführten Testfunktionen haben die Form

$$\alpha_1(x) = \frac{A_1^2}{A_1^2 + x^2}, \quad \alpha_2 = 0, \quad \alpha_3 = \sqrt{1 - \alpha_1^2} \quad (14.1)$$

(Für die Blochwand sind α_1 und α_2 zu vertauschen)

Diese Funktionen enthalten nur einen anpaßbaren Parameter A_1 , der die Wandweite bestimmt. Insoweit geht dieser Ansatz nicht über das Néelsche Modell hinaus. Mit diesen Funktionen lassen sich jedoch alle beteiligten Energien mit Hilfe des Residuenkalküls exakt berechnen, sodaß der jeweils optimale Parameter A_1 durch Minimalisierung der Gesamtenergie ohne Schwierigkeiten bestimmt werden kann. Die zunächst sehr befriedigenden Ergebnisse dieser Rechnungen wurden durch genauere Experimente in Frage gestellt. Fuchs und Feldtkeller [14.2-14.4] beobachteten im Elektronenmikroskop, daß Néelwände offensichtlich aus zwei Bereichen bestehen, nämlich einem Kernbereich und einem sehr weitreichenden Ausläuferbereich (Bild 14.1). Derartige Ausläufer sind vom massiven Material her nicht bekannt. Man mußte folgern, daß die Streufeldenergie in dünnen Schichten nicht nur die Wandweite bei sonst gleichem Wandverlauf reduziert, sondern daß sie auch die Form der Wand drastisch beeinflusst. Diese Vermutung konnte schon von Feldtkeller und Fuchs [14.3,14.4] bestätigt werden, die den Ansatz von Dietze und Thomas erweiterten,

um auch eine aus Kern und Ausläufer zusammengesetzte Wand beschreiben zu können:

$$\alpha_1(x) = \frac{C_1 A_1^2}{A_1^2 + x^2} + \frac{(1-C_1) A_2^2}{A_2^2 + x^2} \quad (14.2)$$

Eine in Kern und Ausläufer aufgespaltene Wand wäre mit diesem Ansatz etwa durch $C_1=0.5$ und $A_2=100A_1$ darzustellen, und in der Tat erreichten die Autoren mit solchen Werten für die Parameter in Gl. (14.2) eine Energieabsenkung um etwa 20% gegenüber den Energiewerten bei Dietze und Thomas. Damit war gezeigt, daß die experimentell gefundenen Ausläufer wirklich aus einer Minimalisierung von Kristall-, Austausch und Streufeldenergie abgeleitet werden können und nicht etwa auf irgendwelchen Unvollkommenheiten der untersuchten Schichten beruhen.

Die experimentellen und theoretischen Ergebnisse von Feldtkeller und Fuchs bildeten den Ausgangspunkt für eine lange Reihe von Bemühungen um eine geschlossene Lösung des Néelwandproblems, die erst in jüngster Zeit zu einem einigermaßen befriedigenden Abschluß gelangten. Die wichtigsten Stationen auf diesem Weg seien im folgenden skizziert:

R. Collette (1964) [14.5]: Numerische Lösung für sehr dünne Schichten, ausgehend von der bekannten Lösung für die unendlich dünne Schicht. Das iterative Verfahren konvergierte nur für Schichtdicken bis etwa 200 Å (für Permalloy). Bei dickeren Schichten zeigten sich jedoch bereits deutliche Ansätze für einen weitreichenden Ausläufer.

W.F. Brown und A. E. LaBonte (1965) [14.6]: Numerische Lösung durch ein Differenzenverfahren mit konstanten Intervallen. Das Verfahren konvergierte nicht für die Néelwand, da der durch die Intervalle bedeckte Bereich auf der x-Skala nicht groß genug gewählt werden konnte, um die vollen Ausläufer aufnehmen zu können. Es zeichnen sich jedoch Ansätze zu einem Ausläufer mit einem logarithmischen Charakter $\alpha_1(x) \approx A - B \log x$ ab.

R. Kirchner und W. Döring (1968) [14.7]: Erste vollständige numerische Lösung des Néelwandproblems für dickere Schichten durch

ein Differenzenverfahren mit variablen Intervallgrößen. Bestätigung der logarithmischen Ortsabhängigkeit der Magnetisierung im Ausläufer. Außerhalb des logarithmischen Ausläufers schließt sich ein Bereich an, in dem α_1 wie $1/x^2$ gegen Null geht.

A. Holz und A. Hubert (1969): Verbesserter Näherungsansatz durch Erweiterung der Ansätze (14.1) und (14.2) auf vier gleichartige Terme, wodurch die wirkliche Struktur der Wand einschließlich des logarithmischen Ausläufers sehr gut angenähert werden konnte. Der numerische Aufwand dieser Methode ist geringer als bei einer Differenzenmethode, die Ergebnisse stimmen bis auf wenige Promille mit den Ergebnissen der exakteren Differenzenmethode überein. So konnten erstmals die Eigenschaften der Néelwände in einem weiten Parameterbereich und auch unter der Wirkung eines angelegten Feldes untersucht werden. (s. auch das verbesserte und veröffentlichte Programm [14.9]). Erster Versuch einer zweidimensionalen Erweiterung der Wandstruktur.

H. Riedel und A. Seeger (1971) [14.10]: Analytische Ableitung des logarithmischen Ausläufers mit Hilfe der Theorie der Integralgleichungen. Es wird dabei ausgenutzt, daß im Ausläuferbereich die Austauschenergie zu vernachlässigen ist. Die Ergebnisse stimmen ausgezeichnet mit den Ergebnissen der numerischen Rechnungen überein. Im folgenden wollen wir diese letzte Methode genauer erläutern, da sie am ehesten einen Einblick in die Mechanismen bei der Ausbildung der Néelwandstruktur liefert.

14.2 Die Grundgleichungen für die eindimensionale Néelwand

Wir wollen uns zunächst auf streng eindimensionale Modelle für die Néelwand beschränken. Dies ist eine um so bessere Näherung, je dünner die magnetische Schicht ist. In Abschn. 14.4 werden zweidimensionale Verallgemeinerungen diskutiert. Ähnlich wie in Gl. (14.1) möge die Néelwand also durch die Magnetisierungskomponente $\alpha_1(x)$ beschrieben werden. Dann ergibt sich die Austauschenergie aus Gl. (1.2) in folgender Form:

$$e_A = A \left(\left(\frac{\partial \alpha_1}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \alpha_3}{\partial x} \right)^2 \right) = \frac{A \alpha_1'^2}{1 - \alpha_1^2} \quad (14.3)$$

Die Summe aus Kristall- und Feldenergie wurde bereits in Abschn.4.2 berechnet. Aus Gl.(4.9) ergibt sich mit $\kappa=0$ und $\cos\theta=\alpha_1$

$$e_{HK} = K_1(\alpha_1 - \alpha_\infty)^2 \quad (14.4)$$

Schließlich ist noch die Streufeldenergie zu berechnen. Diese berechnet man aus den Quellen des Streufeldes (Gl.(1.5)) mit Hilfe der Potentialtheorie. Eine von vielen möglichen Schreibweisen für die Streufeldenergie pro Flächeneinheit der Wand ist:

$$E_S = \frac{1}{8\pi D} \int_{D/2}^{D/2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x) \cdot \rho(\tilde{x}) \ln[(x-\tilde{x})^2 + (y-\tilde{y})^2] dx d\tilde{x} dy d\tilde{y} \quad (14.5)$$

$$\rho(x) = -4\pi I_S \alpha_1'(x).$$

Nach zwei partiellen Integrationen über x und den beiden Integrationen über y und \tilde{y} ergibt sich folgende, für $\alpha_\infty=0$ schon von Dietze und Thomas [14.1] angegebene Formel für die Streufeldenergie:

$$E_S = 2\pi I_S^2 \int_{-\infty}^{\infty} [(\alpha_1(x) - \alpha_\infty)^2 - \frac{1}{D}(\alpha_1(x) - \alpha_\infty)] \int_{-\infty}^{\infty} (\alpha_1(\tilde{x}) - \alpha_\infty) F(x-\tilde{x}) d\tilde{x} dx \quad (14.6)$$

$$\text{mit: } F(\xi) = \ln(1 + D^2/\xi^2) \quad (14.7)$$

Danach läßt sich die Streufeldenergie in einen lokalen Anteil und einen nicht lokalen Anteil aufspalten. Letzterer verschwindet für große Schichtdicken D .

Die Gesamtenergie der eindimensionalen Néelwand schreibt sich also in der Form:

$$E_G - E_G(\infty) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{A}{1-\alpha_1^2} \alpha_1'^2 + (K_1 + 2\pi I_S^2)(\alpha_1 - \alpha_\infty)^2 - (\alpha_1 - \alpha_\infty) \frac{I_S^2}{D} \int_{-\infty}^{\infty} (\alpha_1(x) - \alpha_\infty) F(x-x) dx \right] dx \quad (14.8)$$

Daraus folgt durch Variation nach α die Integrodifferentialgleichung:

$$A \left[\frac{\alpha_1'}{1-\alpha_1^2} + \frac{\alpha_1 \alpha_1'^2}{(1-\alpha_1^2)^2} \right] - (K_1 + 2\pi I_S^2) (\alpha_1 - \alpha_\infty) + \frac{I_S^2}{D} \int_{-\infty}^{\infty} (\alpha_1(\bar{x}) - \alpha_\infty) F(x-\bar{x}) d\bar{x} = 0 \quad (14.9)$$

14.3 Die Näherungsmethode von Riedel und Seeger [14.10]

Eine exakte Lösung der Integrodifferentialgleichung (14.9) kann nur mit mühsamen numerischen Methoden gefunden werden [14.5, 14.7]. Dies ist besonders dann der Fall, wenn sich die Néelwand in einen Kern- und einen Ausläuferbereich aufspaltet. Die Riedelsche Methode nutzt nun gerade diese Aufspaltung zu einer sinnvollen Separation der Gleichung (14.9) aus. Für den Ausläuferbereich kann nämlich i.a. der Austauschterm in (14.9) vernachlässigt werden, während sich im Kernbereich der nichtlokale Beitrag in (14.9) als näherungsweise konstant erweist. Man erhält so für den Kernbereich eine einfache Differentialgleichung und für den Ausläufer eine lineare inhomogene Integralgleichung. Verknüpft werden beide Beiträge durch Superposition und die Nebenbedingung $\alpha_1(0)=1$.

a) Lösung der Differentialgleichung für den Kernbereich

Wir teilen demnach die Komponente $\alpha_1(x)$ in zwei Anteile auf (Fig. 14.2):

$$\alpha_1(x) = f(x) + g(x) \quad (14.10)$$

und berechnen zunächst $f(x)$ für $g(x)=0$ unter der Annahme, daß der nicht lokale Beitrag in Gl.(14.9) sich mit einer noch zu bestimmen Konstanten α_K in der Form $(\alpha_K - \alpha_\infty)(K_1 + 2\pi I_S^2)$ schreiben läßt. Mit der Substitution $f(x) = \cos\theta(x)$ und mit $\alpha_K = \cos\theta_K$ ergibt sich dann für $\theta(x)$ die einfache Differentialgleichung

$$A \frac{\theta''}{\sin\theta} + K_1 \mu^* (\cos\theta - \cos\theta_K) = 0 \quad (14.11)$$

Die Lösung (identisch mit Gl.(4.11a)) lautet:

$$f(x) = \cos\theta = \cos\theta_K + \frac{\sin^2\theta_K}{\cos\theta_K + \cosh(x/x_0)}, \quad x_0 = \sqrt{\frac{A}{K_1 \mu^*}} \frac{1}{\sin\theta_K} \quad (14.12)$$

Aus (14.12) läßt sich die Steigung der α_3 -Komponente im Nullpunkt und damit die (Kern-)Wandweite der Néelwand berechnen (s. Abschn. 2.2).

Wir wollen im Bereich dünner Schichten nur die Wandweite W_α benutzen, da die Lilleysche Definition auf viele Wandmodelle nicht anwendbar ist. Es ergibt sich:

$$W_\alpha = 2\sqrt{\frac{A}{K_1\mu^*}} \frac{\sqrt{1-\alpha_\infty^2}}{1-\alpha_K} \quad (14.12)$$

b) Lösung der Integralgleichung für den Ausläuferbereich

Um die Funktion $g(x)$ im Ausläuferbereich zu berechnen, wird nun $f(x)$ in Gl.(14.9) eingesetzt, wobei die Austauschterme vernachlässigt werden können. Um eine übersichtlichere Schreibweise zu erreichen, führen wir die neuen Funktionen $\bar{f}(x)=f(x)-\alpha_K$ und $\bar{g}(x)=g(x)+\alpha_K-\alpha_\infty$ ein. Dann gilt:

$$\alpha_1(x) = \bar{f}(x)+\bar{g}(x)+\alpha_\infty \quad (14.14)$$

Für $\bar{g}(x)$ ergibt sich folgende Integralgleichung:

$$-K_1\mu^*\bar{g}(x)+\frac{I_s^2}{D}\int_{-\infty}^{\infty}\bar{g}(\bar{x})\cdot F(x-\bar{x})d\bar{x} = -\frac{I_s^2}{D}\int_{-\infty}^{\infty}\bar{f}(\bar{x})F(x-\bar{x})d\bar{x} \quad (14.15)$$

Durch Fourier-Transformation folgt hieraus:

$$-K_1\mu^*\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\bar{g}(k)+\frac{I_s^2}{D}\bar{g}(k)\bar{F}(k) = -\frac{I_s^2}{D}\bar{f}(k)\bar{F}(k) \quad (14.16)$$

$$\text{mit } \bar{F}(k) = \frac{\sqrt{2\pi}1-\exp(-D|k|)}{|k|}$$

$$\text{und } \bar{f}(k) = \frac{\sinh(\theta_K x_0 k)}{\sqrt{2\pi}\sqrt{A/(K_1\mu^*)}\sinh(\pi x_0 k)} \quad (14.17)$$

$$\bar{g} \text{ sei die Fourier-Transformierte von } g: \bar{g} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} g(x)\cos(kx)dx.$$

Durch Auflösung nach \bar{g} und Rücktransformation erhält man schließlich:

$$\bar{g}(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int_0^{\infty}\cos(kx)\cdot\bar{f}(k)\cdot P(\kappa,kD)dk \quad (14.18)$$

$$\text{mit } P(\kappa,k) = \frac{1-e^{-k}}{(1+\kappa)k-1+e^{-k}}$$

$$\text{und } \kappa = K_1/(2\pi I_s^2).$$

Um nun die noch unbekannte Konstante $\alpha_K = \cos\theta_K$ zu bestimmen, nutzen wir die Randbedingung $\alpha_1(0) = 1$ oder $\bar{g}(0) = \alpha_K - \alpha_\infty$ aus. Aus dieser Bedingung folgt mit Gl.(14.18) die Gleichung für den Winkel θ_K :

$$\alpha_\infty = \cos\theta_K - \frac{2}{\delta} \int_0^\infty \frac{\sinh(\theta_K \cdot \bar{k} / (\delta \sin\theta_K))}{\sinh(\pi \bar{k} / (\delta \sin\theta_K))} P(\kappa, \bar{k}) d\bar{k} \quad (14.19)$$

$$\delta = D/\sqrt{A/(K\mu^*)}, \quad \bar{k} = kD.$$

Will man die Wand für ein festes äußeres Feld $h = \alpha_\infty$ berechnen, so muß Gl.(14.19) numerisch nach α_K aufgelöst werden. Häufig kann man jedoch so verfahren, daß man einen Winkel θ_K vorgibt und mit (14.19) den Wert des angelegten Feldes, für den die Lösung gültig ist, bestimmt.

In diesem Sinne ist die Struktur der Néelwand durch das Verfahren von Riedel und Seeger vollständig durch einfache Integrationen gegeben. In Fig. 14.3 sind einige mit dieser Methode gewonnene Wandprofile wiedergegeben.

c) Berechnung des Streufeldes

Gl.(14.9) gibt die Bilanz der auf einen Magnetisierungsvektor wirkenden effektiven Felder wieder. Daher läßt sich aus dieser Gleichung das in der Schichtebene wirkende Streufeld entnehmen. Zusammen mit Gl.(14.14) und (14.15) ergibt sich:

$$\begin{aligned} H_s &= -4\pi I_s (\alpha_1 - \alpha_\infty) + \frac{2I_s}{D} \int_{-\infty}^{\infty} (\alpha_1(\bar{x}) - \alpha_\infty) F(x - \bar{x}) d\bar{x} \\ &= -4\pi I_s \cdot \bar{F} + (2K_1/I_s) \bar{g} \end{aligned} \quad (14.20)$$

Da die Funktion $\bar{F}(x)$ nur im Kernbereich wesentlich von Null verschieden ist, beschränkt sich der bei großem μ^* überwiegende erste Anteil des Feldes auf den Kernbereich. Der zweite Anteil hält im Ausläuferbereich dem Anisotropiefeld die Waage und ist im Gegensatz zum ersten Anteil der x-Komponente der Magnetisierung gleichgerichtet.

d) Berechnung der Wandenergie

Wir wollen schließlich die Gesamtenergie der Wand berechnen. Dazu setzen wir die berechneten Funktionen f und g in Gl.(14.8) ein und berücksichtigen auch die mit $g(x)$ verbundene Austauschenergie bis zur ersten Ordnung in g und g' . Mit Gl.(14.9), (14.14), (14.15) und nach einer partiellen Integration des Gliedes mit g' ergibt sich:

$$E_G - E_G(\infty) = K_1 \mu^* \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f} \cdot (2\tilde{f} + \tilde{g} - 2g) dx \quad (14.21)$$

Dabei stellt $\tilde{f}(\tilde{f} - 2g)$ den Beitrag der Austauschenergie zum Integranden in Gl.(14.21) dar, während $\tilde{f}(\tilde{f} + \tilde{g})$ den Beitrag der Kristallenergie und der magnetischen Feldenergien beschreibt. Setzen wir in (14.21) $\tilde{g} = g + \alpha_K - \alpha_\infty$ ein, so können wir den von $g(x)$ unabhängigen Term der Energie unmittelbar integrieren. Der Rest, den wir mit $\Delta E^{\mathcal{E}}$ bezeichnen, ist ein kleiner Beitrag, da die Funktion $g(x)$ im Kernbereich, die Funktion $f(x)$ aber außerhalb des Kernbereichs verschwindet. Wir erhalten zunächst:

$$E_G - E_G(\infty) = 4\sqrt{AK_1} \mu^* (\sin \theta_K - \frac{1}{2} \theta_K (\cos \theta_K + \alpha_\infty)) + \Delta E^{\mathcal{E}} \quad (14.22)$$

$$\text{mit} \quad \Delta E^{\mathcal{E}} = -K_1 \mu^* \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f} \cdot g \cdot dx \quad (14.23)$$

Zur Berechnung von $\Delta E^{\mathcal{E}}$ setzt man Gl.(14.14), (14.18) und (14.19) in Gl.(14.23) ein, vertauscht die Reihenfolge der Integrationen über k und x und erhält:

$$\Delta E^{\mathcal{E}} = 2K_1 \mu^* \int_0^{\infty} [\tilde{f}(0) - \tilde{f}(k)] \tilde{f}(k) P(\kappa, kD) dk \quad (14.24)$$

Ergebnisse sind in Tabelle 14.1 wiedergegeben. Es zeigt sich eine hervorragende Übereinstimmung zwischen den nach der Methode von Riedel und Seeger berechneten Gesamt-Wandenergien und den von Kirchner und Döring numerisch exakt berechneten Energien. Der Korrekturterm $\Delta E^{\mathcal{E}}$ trägt nur zu wenigen Prozent zur Gesamtenergie in den in Rab.1 wiedergegebenen Beispielen bei. Nun entspricht $2\Delta E^{\mathcal{E}}$ genau der durch $g(x)$ induzierten zusätzlichen Austauschenergie die in der Methode von Riedel und Seeger bei der Ableitung

des Wandprofils vernachlässigt wird. Diese Vernachlässigung wird nachträglich gerechtfertigt, wenn ΔE^g klein ist, wenn also durch eine deutliche Trennung in Kern und Ausläuferbereich das Faltungsintegral (14.23) klein wird.

e) Der logarithmische Ausläufer

Unser nächstes Ziel ist es, das Verhalten der Funktion $g(x)$ an Hand von Gl.(14.18) für große x , also im Ausläuferbereich zu diskutieren. Für große x trägt nur die Umgebung von $k=0$ wesentlich zum Integral (14.18) bei (s.Fig.14.4). Wir können daher $\tilde{f}(k)$ näherungsweise konstant ($=\tilde{f}(0)$) setzen und die Funktion $P(\kappa, k)$ in geeigneter Weise für kleine k entwickeln:

$$P(\kappa, k) \approx \frac{1}{1-2\kappa} \left(\frac{1-\kappa}{\kappa+k/2} - \frac{1}{1+k} \right) \quad (14.25)$$

Führen wir zur Abkürzung die für $x>0$ monoton fallende Funktion

$$g_i(x) = \int_0^{\infty} \frac{\cos(k)}{x+k} dk = -\cos(x)Ci(x) - \sin(x)si(x) \quad (14.26)$$

ein (s.[14.11], dort mit $g(x)$ bezeichnet), so schreibt sich die gesuchte Funktion $\bar{g}(x)$ nach (14.17) und (14.18) in folgender Form:

$$\bar{g}(x) = \frac{2}{\delta} \frac{\theta K}{\pi} \frac{1}{1-2\kappa} [(1-\kappa)g_i(2\kappa x/D) - g_i(x)] \quad (14.27)$$

Wir setzen $\kappa \ll 1$ voraus und unterscheiden dann zur Diskussion von Gl.(14.27) zwei Bereiche:

1) Im Bereich $1 \ll x/D \ll 0.5/\kappa$ ist die Entwicklung $g_i(x) \approx -\gamma - \ln(x)$ für $x \ll 1$ anzuwenden [14.11]. Dann gilt:

$$\bar{g}(x) \approx \frac{4}{\delta} \frac{\theta K}{\pi} [-\gamma - \ln(2\kappa x/D)] \quad (14.28)$$

also genau das erwartete logarithmische Verhalten. Durch Extrapolation des logarithmischen Ausläufers auf $\bar{g}=0$ (s.Fig.14.2) ergibt sich eine Größe, die als äußere Wandweite der Nêelwand zu

definieren wäre. Aus Gl.(14.28) berechnet sich hierfür:

$$\frac{W_s}{D} = \frac{4}{e\gamma_k} = \frac{2\pi \cdot I_s^2}{e\gamma K_1} \approx 3.528 \cdot I_s^2 / K_1 \quad (14.29)$$

Die äußere Wandweite der Néelwand hängt also weder vom Kern der Néelwand noch vom angelegten Feld ab. Dieses Gesetz wurde zuerst von Holz und Hubert [14.8] aus numerischen Untersuchungen erschlossen (mit dem Vorfaktor 3.6 anstelle von 3.528 in Gl.(14.29)).

2) Im Bereich $x/D \gg 0.5/\kappa$, also für $x \gg W_s$, ist die für $x \gg 1$ gültige Näherungsformel $g(x) \approx 1/x^2$ [14.11] anwendbar. Damit ergibt sich:

$$\bar{g}(x) \approx \frac{1}{\delta\kappa^2} \cdot \left(\frac{D}{x}\right)^2 \quad (14.30)$$

also die gesuchte $1/x^2$ -Abhängigkeit. Dieses $1/x^2$ -Gesetz für große Abstände folgt auch aus folgender Überlegung: Die Néelwand kann idealisiert als magnetischer Liniendipol aufgefaßt werden. Das Streufeld eines solchen Dipols fällt im Unendlichen wie $1/x^2$ ab. Sind die durch ein solches Feld erzeugten Auslenkungen klein und die damit verbundenen Streufelder vernachlässigbar, so wird auch die Magnetisierung dem $1/x^2$ -Verlauf des Feldes folgen [14.12]. Im Gegensatz dazu wird der Logarithmische Teil des Ausläufers gerade durch die im Ausläufer selbst erzeugten Streufelder beherrscht.

f) Zusammenfassung und Vergleich mit anderen Methoden

Um alle wichtigen Eigenschaften einer Néelwand zu berechnen, ist es nach dem Vorhergehenden lediglich notwendig, die beiden Integrale in Gl.(14.19) und in Gl.(14.24) zu berechnen. Die Wandenergie ergibt sich dann nach Gl.(14.22), die Wandweiten nach Gl.(14.13) und Gl.(14.29) und die Amplitude des logarithmischen Ausläufers nach Gl.(14.28). Wenn der Beitrag ΔE^g zur Gesamtenergie Gl.(14.22) klein ist, dann ist der Ausgangspunkt der Riedelschen Methode gerechtfertigt. Tabelle 14.1 zeigt, daß dies für fast alle praktisch vorkommenden Anwendungen der Fall ist. Nur in drei Extremfällen versagt das Verfahren: wenn $\delta = D/\sqrt{A/K_1\mu^*} \ll 1$ ist, wenn $\kappa = K_1/(2\pi I_s^2) \gg 1$ ist und wenn $1 - \alpha_\infty = 1 - HI_s/(2K_1) \ll 1$ ist. In allen

drei Fällen verschwindet auch die für normale Néelwände charakteristische Trennung in Wandkern und Ausläufer, sodaß man z.B. schon mit dem Ansatz von Dietze und Thomas (Gl.(14.1) ein gutes Ergebnis erzielen würde. Auch das in Abschn.14.1 erwähnte, auf der Arbeit von Holz und Hubert basierende numerische Programm [14.9] funktioniert in den erwähnten Grenzfällen im Rahmen seiner mit besser als 1% anzugebenden Genauigkeit, sodaß im Zweifelsfall eine Überprüfung des Geltungsbereichs der Riedelschen Methode möglich ist. Dieses Programm [14.9] ist auch auf die Berücksichtigung einer zweiten Anisotropiekonstante K_2 eingerichtet, um damit z.B. auch 90° -Wände in kubischen dünnen Schichten berechnen zu können [14.13]. Die Riedelsche Methode ist bei zwei Anisotropiekonstanten nicht so leicht zu handhaben, da in diesem Fall die Differentialgleichung für $f(x)$ nicht mehr elementar zu lösen ist.

Ergebnisse für die Wandenergie und die Wandweite als Funktion der Parameter $\alpha_\infty=h$ und D sind in Fig.11 und Fig.12 zusammen mit Ergebnissen zur Blochwand dargestellt. Man erkennt, daß auch die genaue Rechnung in etwa die gleiche Feldabhängigkeit der Wandenergie liefert, wie sie für das Néelsche Modell (Fig.13.5) gefunden wurde. Die Überlegungen des Abschnitts 13.4 zu Stachelwand bleiben also gültig.

14.4 Zur zweidimensionalen Struktur der Néelwand

Die Beschreibung der Néelwand durch eine Funktion nur einer Variablen x stellt eine Näherung dar, über deren Berechtigung Zweifel bestehen können. Bisher existiert keine systematische Untersuchung des vollständigen zweidimensionalen Magnetisierungsverlaufs dieses Wandtyps. Einige Versuche mit Hilfe eines Ritzschen Verfahrens wurden in [14.8] angestellt. Die Ergebnisse deuten darauf hin, daß die Abweichungen von der Eindimensionalität nur einen geringen Einfluß auf Wandenergie und Wandverlauf haben. Wir wollen diesen Befund hier anschaulich begründen, indem wir getrennt den Kernbereich und den Ausläuferbereich der Wand untersuchen.

a) Zweidimensionale Struktur im Kernbereich

Im Normalfall ist die charakteristische Dimension des Kerns x_0

(Gl.(14.12)) klein gegen die Schichtdicke. Der Kern stellt dann im wesentlichen einen "Kondensator" dar, dessen Streufeld - außer in den Randbereichen nahe den Schichtoberflächen - in x-Richtung zeigt. Im Innern der Schicht besteht also keine treibende Kraft für eine Auslenkung in y-Richtung, und eine starke Auslenkung lediglich in der Nähe der Oberfläche wird durch Austauschkräfte und Randbedingungen unterdrückt.

Sollte x_0 nicht sehr klein gegen D sein, so wird gleichzeitig der Kernbeitrag zur Gesamtdrehung klein, sodaß wiederum eine zweidimensionale Struktur des Kerns zu vernachlässigen ist. Für sehr große Schichtdicken, wenn also die Energie des Kerns sehr groß wird, findet der Kernbereich einen Ausweg in einem neuen Wandmodus, der asymmetrischen Néelwand. Der Kernbereich wird dann asymmetrisch und zweidimensional verzerrt. Auf dieses Phänomen, das oberhalb einer kritischen Dicke auftritt, werden wir ausführlich in Abschnitt 16. zurückkommen.

b) Zweidimensionale Struktur im Ausläuferbereich

Im Ausläuferbereich läßt sich die y-Auslenkung der Magnetisierung in einer einfachen Näherung quantitativ verfolgen. Wir gehen von der eindimensionalen Lösung $\alpha_1(x)$ als erster Näherung aus und berechnen $\alpha_2(x,y)$ unter der Annahme, daß $\alpha_1(x)$ im Ausläufer nur schwach von x abhängt. Die Komponente $\alpha_1(x)$ erzeugt dann ein magnetisches Feld in y-Richtung, das aus Symmetriegründen in der Ebene $y=0$ verschwinden muß. Um es zu berechnen, betrachten wir die Schicht als magnetischen "Kondensator", der zunächst homogen mit der Ladungsdichte $4\pi I_S \alpha_1'(x^*)$ gefüllt sei, wobei x^* der Mittelpunkt eines zu untersuchenden Abschnittes der Schicht sei. Zu dieser Ladung tritt nun die von $\alpha_2(y)$ erzeugte magnetische Ladung hinzu, woraus sich für das Feld innerhalb der Schicht $H_y = 4\pi I_S [\alpha_1'(x^*) \cdot y - \alpha_2(y)]$ ergibt. Die zugehörige Dichte der Streufeldenergie beträgt dann $e_S = \frac{1}{8\pi} H_y^2$.

Fügen wir die mit α_2 verbundenen Terme der Austauschenergie und der Kristallenergie hinzu, so erhalten wir folgenden Ausdruck für die Energiedichte pro Querschnittsfläche der Schicht:

$$\dot{e}_G^y(x) = \frac{1}{D} \int_{-D/2}^{D/2} \{ 2\pi I_S^2 [\alpha_1^j(x) \cdot y - \alpha_2(y)]^2 + A \left(\frac{\partial \alpha_2}{\partial y} \right)^2 + K_1 \alpha_2^2 \} dy \quad (14.31)$$

Durch Variation nach α_2 ergibt sich die Differentialgleichung:

$$A \frac{\partial^2 \alpha_2}{\partial y^2} = K_1 \mu^* \alpha_2 - 2\pi I_S^2 \alpha_1^j \cdot y \quad (14.32)$$

Mit der Randbedingung $\alpha_2^j(\pm D/2) = 0$ [1.1] lautet die Lösung:

$$\alpha_2(y) = \frac{\alpha_1^j}{1+\kappa} \sqrt{\frac{A}{K_1 \mu^*}} \left[\eta - \frac{\sinh \eta}{\cosh(\delta/2)} \right],$$

$$\eta = y / \sqrt{A / (K_1 \mu^*)}, \quad \delta = D / \sqrt{A / (K_1 \mu^*)}, \quad \kappa = K_1 / (2\pi I_S^2)$$

(14.33)

Für $\delta \gg 1$ und $\kappa \ll 1$ bedeutet dieses Ergebnis, daß die Ladungen aus dem Innern der Schicht fast vollständig verdrängt werden. Sie werden im wesentlichen durch Oberflächenladungen ersetzt; lediglich in einer Randschicht der Dicke $\sqrt{A / (K_1 \mu^*)}$ verbleiben Volumenladungen.

Wir wollen nun den Energiegewinn berechnen, der durch die Lösung (14.33) gegenüber der eindimensionalen Lösung $\alpha_2 \equiv 0$ erzielt wird. Aus Gl.(14.31) und (14.33) ergibt sich:

$$\Delta e^y = - \frac{A \alpha_1^j{}^2}{(1+\kappa)^2} \left(\frac{\delta^2}{12} + \frac{2}{\delta} \tanh \frac{\delta}{2} - 1 \right) \quad (14.34)$$

Diese Energiedichte ist im allgemeinen klein, sie verschwindet für kleine δ sogar wie δ^4 . Da Gl.(14.34) nur im Ausläuferbereich der Néelwand gültig ist, können wir α_1^j durch die in 14.3 definierte, im Kernbereich verschwindende Funktion $g'(x)$ ersetzen und Δe^y nach dieser Substitution über die ganze x-Skala integrieren. Nach einigen Umformungen mit Hilfe von Gl.(14.18) ergibt sich so:

$$\Delta E^y = - \frac{2A}{(1+\kappa)^2} \left(\frac{\delta^2}{12} + \frac{2}{\delta} \tanh \frac{\delta}{2} - 1 \right) \int_0^\infty [k \cdot \tilde{f}(k) \cdot P(\kappa, kD)]^2 dk \quad (14.35)$$

Werte für ΔE^V sind ebenfalls in Tab. 14.1 aufgeführt. Auch dieser Beitrag zur Gesamtenergie ist gering und meist zu vernachlässigen. Numerische Rechnungen [14.8] auf der Grundlage eines Ritzschen Verfahrens, bei welchen die verschiedenen Energien genauer berechnet wurden und auch die Rückwirkungen auf den Wandkern miteinbezogen wurden, lieferten vergleichbare Werte für ΔE^V .

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß im Falle der (symmetrischen) Néelwand eindimensionale Modelle als gute Näherung gelten können.

14.5 Wechselwirkungen zwischen Néelwänden

Die weitreichenden Ausläufer der Néelwände haben vor allem dadurch eine besondere Bedeutung, daß sie ebenso weitreichende Wechselwirkungen zwischen einzelnen Wänden vermitteln. Diese Wechselwirkungen beherrschen das Magnetisierungsverhalten dünner magnetischer Schichten, und zwar vor allem den Prozess der sogenannten inkohärenten Rotation [12.1], der die Verwendung dünner Schichten als schnelle Speicherelemente störend beeinträchtigt.

Es ist nicht allzu schwer, von der Einzelwand ausgehend auch wechselwirkende Wände zu berechnen [14.14]. Manche numerische Untersuchungen [14.15] gingen von vornherein von periodischen Anordnungen von Néelwänden aus. Am übersichtlichsten werden die Verhältnisse im Rahmen der Riedelschen Theorie, deren Erweiterung für mehrere Wände wir deshalb hier studieren wollen.

Wir wollen voraussetzen, daß sich die Kerne der beteiligten Néelwände nicht überlappen, da wir uns vor allem für die weitreichenden Wechselwirkungen interessieren. Die verschiedenen Kerne sind dann unabhängig voneinander zu berechnen, wobei den einzelnen Kernen unterschiedliche effektive Felder α_{Ki} zugeordnet sein können. Die Wände mögen zueinander parallel sein, jedoch können der Drehsinn und die Funktion $f(x)$ durchaus verschiedene Vorzeichen besitzen. Schließlich wollen wir annehmen, daß der Ort der Wandkerne x_i durch Haftkräfte irgendwelcher Art festgehalten werde -

eine nicht unrealistische Annahme, da Inhomogenitäten der Schicht stets bevorzugt mit den energiereichen Wandkernen reagieren.

Das System der Ausläufer berechnet sich nun aus der Integralgleichung (14.15), in der $\bar{f}(x)$ durch die Summe $\sum_i f_i(x-x_i)$ zu ersetzen ist. Da (14.15) eine in \bar{f} und \bar{g} lineare Gleichung ist, ergibt sich die Gesamtlösung durch Superposition der zu den einzelnen Kernen mit Gl.(14.18) zu berechnenden Einzellösungen $\bar{g}_i(x-x_i)$. Die Konstanten α_{Ki} folgen aus den Randbedingungen:

$$\alpha_{Ki} - \alpha_{\infty} = \sum_j \bar{g}_j(x_i - x_j) \quad (14.36)$$

Anstelle der einfachen Gleichung (14.19) tritt also jetzt ein Gleichungssystem mit soviel Gleichungen wie verschiedene Wände beteiligt sind. Die Wandenergie ergibt sich, wenn die α_{Ki} bekannt sind, wie zuvor aus Gl.(14.22) und (14.24). In Fig. 14.7 sind als Beispiele die Energien einer periodischen Anordnung gleichsinniger Wände, einer ebensolchen Anordnung von Wänden wechselnden Vorzeichens sowie von gleichsinnigen und wechselsinnigen Wandpaaren, jeweils als Funktion des Abstandes der Wände aufgezeichnet. Aus Fig. 14.7 wie auch aus Gl.(14.36) ist ersichtlich, daß Néelwände dann stark miteinander wechselwirken, wenn der Ausläufer einer Wand den Kern der anderen Wand überdeckt.

Die Gleichung für α_{Ki} des Gleichungssystems (14.36) hat annähernd die gleiche Struktur wie die einfache Gleichung (14.19), und zwar besonders dann, wenn man die Beiträge $\bar{g}_j(x_i - x_j)$, $i \neq j$, in der Nähe von x_i näherungsweise konstant setzen kann. Sie haben dann in (14.19) die gleiche Wirkung wie ein zusätzliches äußeres Feld $h = \alpha_{\infty}$. Aus diesen Überlegungen folgt auch, daß sich gleichsinnige Néelwände stets abstoßen und gegensinnige Wände anziehen. Leider ist die Riedelsche Methode nicht geeignet, Wechselwirkungen zwischen senkrecht aufeinander stehenden Wänden zu berechnen. Indes dürfte kein Zweifel bestehen, daß ähnliche weitreichende Wechselwirkungen wie bei parallelen Wänden auch bei senkrechten Wänden auftreten, wenn sich die Ausläufer der beteiligten Wände überdecken. Diese Wechselwirkung hat eine Bedeutung für die Periode der Stachelwände [14.8].

14.6 Geladene Néelwände

Unter geladenen Wänden verstehen wir wie in Abschn. 6 Wände, für die die Normalkomponenten der Magnetisierung in den Bereichen nicht gleich sind, sodaß eine magnetische Überschußladung in der Wand frei wird. Der einfachste Fall ist, daß eine 180° -Wand genau senkrecht zu den leichten Richtungen steht (Fig. 14.8). Wir wollen diesen Grenzfall hier genauer untersuchen. In massiven Proben ist eine solche Wand nur möglich, wenn $2\pi I_S^2 < K_1$ gilt. Wir werden sehen, daß in dünnen Schichten solche Wände auch für $K_1 < 2\pi I_S^2$ existieren können. Das Streufeld hat dabei wie im massiven Material eine aufweitende Tendenz: Die Streufeldenergie ist um so geringer, je gleichmäßiger die Pole verteilt sind. Da das Verhalten des Streufeldes in der dünnen Schicht aber ganz anders ist als das Verhalten des Anisotropiefeldes, stellt sich in der dünnen Schicht ein Gleichgewicht zwischen Streufeld- und Anisotropieenergie ein, das - ähnlich wie im Ausläufer der gewöhnlichen Néelwand - die völlige Vernachlässigung der Austauschenergie gestattet.

Eine quantitative Analyse dieses Falles verdanken wir Spain [14.16]. Die folgende, an 14.3 anschließende Ableitung ist im wesentlichen äquivalent mit der Rechnung von Spain.

Wir gehen von der Integralgleichung (14.16) aus. Da für die geladene Wand kein Wandkern zu erwarten ist, kann die rechte Seite in (14.16) gleich Null gesetzt werden. $\bar{g}(x)$ kann mit der gesamten Magnetisierungskomponente $\alpha_1(x)$ identifiziert werden. Die Kristallenergie schreibt sich in dem in Fig. 14.8 dargestellten Fall in der Form $K_1(1-\alpha_1^2)$. Demnach ist das Vorzeichen des Gliedes $K_1\alpha_1(x)$ in (14.16) umzukehren. Insgesamt erhalten wir die Integralgleichung

$$(K_1 - 2\pi I_S^2)\alpha_1(x) + \frac{I_S^2}{D} \int_{-\infty}^{\infty} \alpha_1(\bar{x}) \cdot F(x-\bar{x}) d\bar{x} = 0 \quad (14.37)$$

Wenden wir auf diese Gleichung wie in Abschn. 14.3 die Fouriertransformation an, so zeigt sich, daß es keine Lösung gibt, die einer isolierten Wand entspricht, wohl aber eine periodische Lösung:

$$\alpha_1(x) = C \cdot \sin(kx) \quad (14.38)$$

wobei sich durch Einsetzen in (14.37) für k die Bedingung:

$$kD\left(1 - \frac{K_1}{2\pi I_s^2}\right) = 1 - e^{-kD} \quad (14.39)$$

ergibt. Für $K_1/(2\pi I_s^2) \ll 1$ ergibt sich näherungsweise $kD = K_1/(\pi I_s^2)$ und damit die Lösung von Spain [14.16]:

$$\alpha_1(x) = \sin\left(\frac{K_1 \cdot x}{\pi I_s^2 \cdot D}\right) \quad (14.40)$$

Die Wellenlänge dieser Lösung ist vergleichbar mit der Dimension des Ausläufers gewöhnlicher Néelwände (14.29). Damit bestätigt sich nachträglich, daß die Vernachlässigung der Austauschenergie im Fall $K_1/(2\pi I_s^2) \ll 1$ gerechtfertigt ist.

Experimentell werden derartige geladene Wände in der Tat beobachtet, allerdings nicht in der periodischen Anordnung (14.40). Sie treten vielmehr auf, wenn sie durch Störungen in der Schicht oder die Zusammenhangsverhältnisse der Bereichsstruktur erzwungen werden. In diesem Fall wird (14.37) durch ein inhomogenes Glied zu ergänzen sein, sodaß auch isolierte Lösungen möglich werden. Die charakteristische Wellenlänge der Lösung (14.40) wird jedoch auch in diesem Fall erhalten bleiben.

-
- [14.1] H.D.Dietze, H.Thomas, Z.Physik 163, 523 (1961)
 [14.2] E.Fuchs, Z.Angew.Phys. 14, 203 (1962)
 [14.3] E.Feldtkeller, Z.Angew.Phys. 15, 206 (1963)
 [14.4] E.Feldtkeller, E.Fuchs, Z.Angew.Phys. 18, 1, (1964)
 [14.5] R.Collette, J.Appl.Phys. 35, 3294 (1964)
 [14.6] W.F.Brown, A.E.LaBonte, J.Appl.Phys. 36, 1380 (1965)
37, 1299 (1966)
 [14.7] R.Kirchner, W.Döring, J.Appl.Phys. 39, 855 (1968)
 [14.8] A.Holz, A.Hubert, Z.Angew.Physik 26, 145 (1969)
 [14.9] A.Hubert, Computer Phys.Commun. 1, 343 (1970)
 [14.10] H.Riedel, A.Seeger, phys.stat.sol. (b) 46, 377 (1971)
 [14.11] M.Abramowitz, I.Segun (Ed.) Handbook of Mathematical Functions, (Dover, New York, 1965)

- [14.12] H.Kronmüller, *phys.stat.sol.* 11, K125 (1965)
- [14.13] A.Hubert, *J.de Physique* 32, C1-404 (1970)
- [14.14] A.Hubert, *Czech.J.Phys.* B21, 532 (1971)
- [14.15] E.J.Torok, A.L.Olson, H.N.Oredson, *J.Appl.Phys.* 36, 1394 (1965)
- [14.16] R.J.Spain, *C.R.Acad.Sci.* 257, 2427 (1963)

Tabelle 14.1

Berechnung einiger Néelwände mit Hilfe der Methode von Riedel und Seeger. $K_1/I_S^2=1/640$ (Permalloy)

$$\epsilon_S = \sqrt{AI_S^2}, \quad \delta_S = \sqrt{A/I_S^2}$$

K_1/I_S^2	1/640						1			1/640								
	8	5	3	1	5	0.001	0.01	0.1	0.001	0.01	0.1	0.001	0.01	0.1	0.001	0.01	0.1	
D/δ_S																		
h	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
α_K	0.56247	0.70212	0.82795	0.96059	0.71711	0.62755	0.49729	0.29863	0.86075	0.97593	0.52036	0.32519						
E_G/ϵ_S	5.6144	4.4299	3.2375	1.5034	4.2913	5.1018	6.2612	8.4216	1.7665	0.2368	8.0745	12.6216						
$\Delta E^B/\epsilon_S$	0.0685	0.0792	0.0854	0.0725	0.0752	0.0989	0.1327	0.1623	0.0381	0.0075	0.1290	0.1879						
$\Delta E^Y/\epsilon_S$	-0.206	-0.135	-0.067	-0.044	-0.125	-0.181	-0.246	-0.200	-0.048	-0.004	-0.260	-0.419						

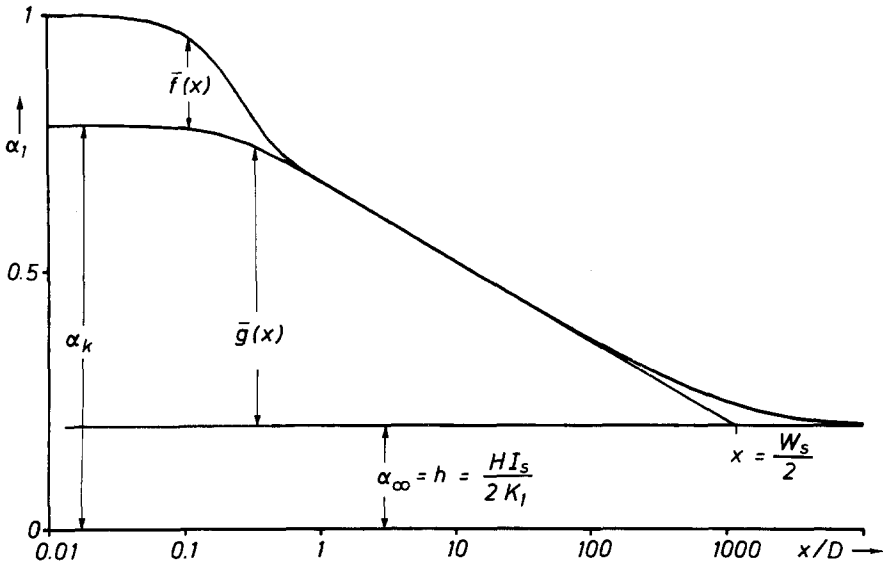


Fig. 14.2

Zur Definition der bei der Berechnung von symmetrischen Néelwänden benötigten Größen. Die im Text erscheinenden Funktionen f und g sind durch $f(x) = \bar{f}(x) + \alpha_K$ und $g(x) = \bar{g}(x) - \alpha_K + \alpha_\infty$ definiert.

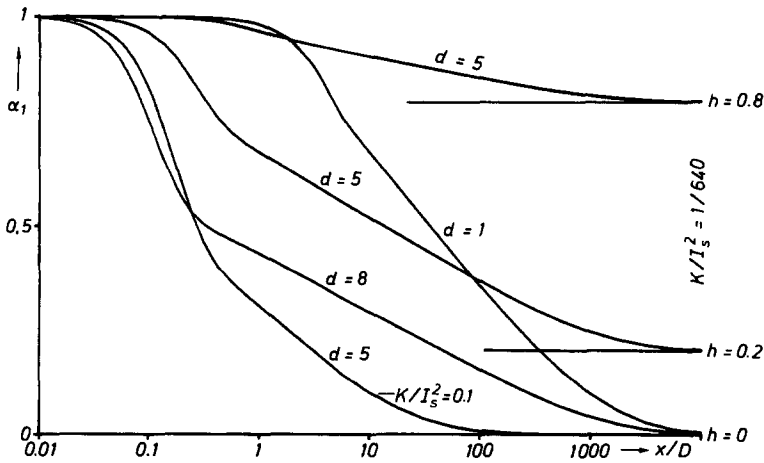


Fig. 14.3

Wandprofile für verschiedene Parameterkombinationen, berechnet nach der Methode von Riedel und Seeger.

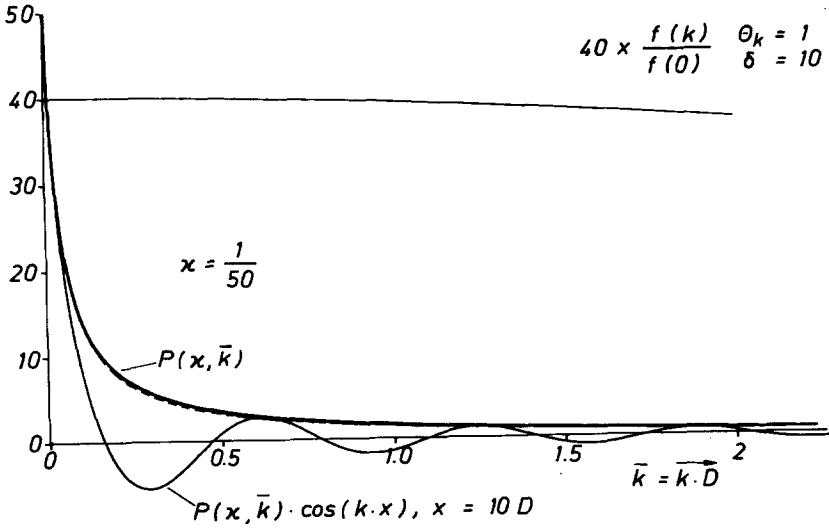


Fig. 14.4

Der Verlauf des Integranden in Gl.(14.18). Gestrichelt: die Näherungsdarstellung (14.25) für $P(\kappa, k)$.

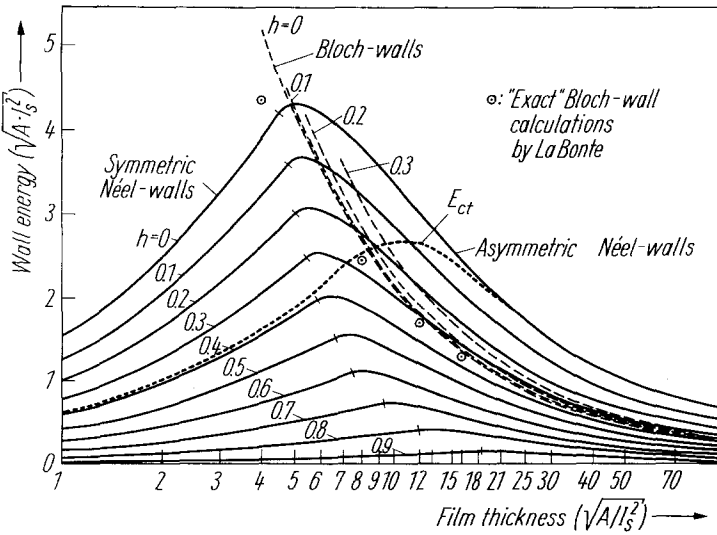


Fig. 14.5

Übersicht über die Energien der verschiedenen Wandtypen als Funktion der Schichtdicke für $K/I_s^2=1/640$ (Permalloyschichten). E_{ct} ist die mittlere Energie der Stachelwand gemäß Fig. 13.7. Entnommen aus [15.3]

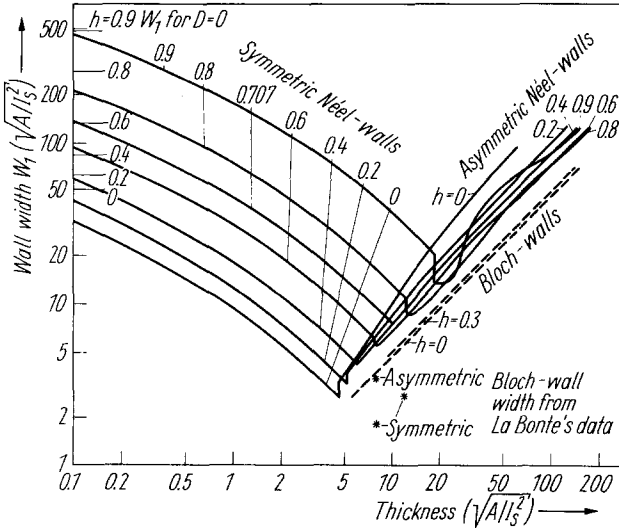


Fig. 14.6

Wie Fig. 14.5 für die Wandweiten W_α (Zur Definition der Wandweite s. Abschn. 2.2) $W_1 = W_\alpha / \sqrt{1-h^2}$.

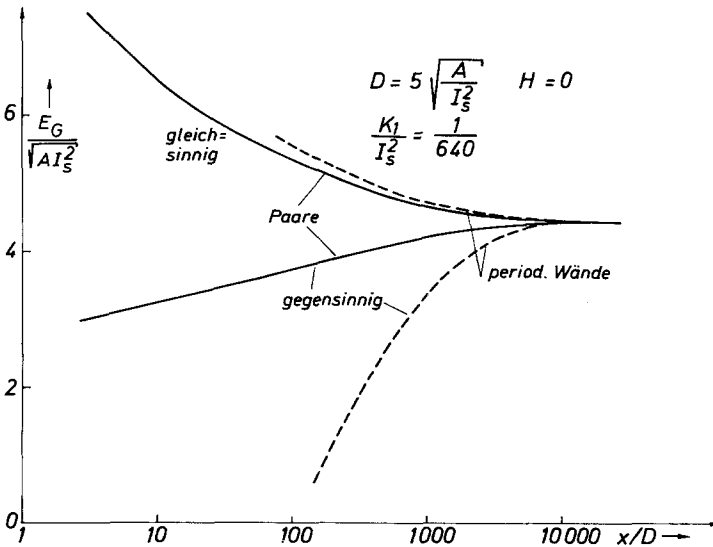


Fig. 14.7

Die Energie von wechselwirkenden symmetrischen Néelwänden als Funktion des Abstandes x zwischen den Wänden.

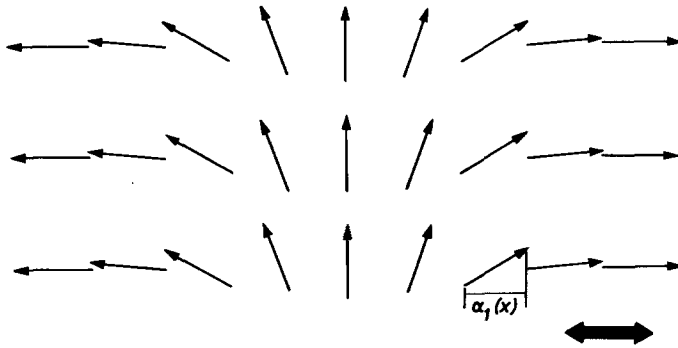


Fig. 14.8

Aufsicht auf eine dünne Schicht mit einer Néelwand, die senkrecht zur leichten Richtung orientiert ist (geladene Néelwand).