

### III. DOMÄNENWÄNDE IN SUPRALEITERN

#### 1. Grundlagen der phänomenologischen Theorie der Supraleitung

##### 1.1 Die Ginzburg-Landau-Gleichungen

Die Theorie von Ginzburg und Landau [1.1] spielt auf dem Gebiet der Supraleitung eine ähnliche Rolle wie der Mikromagnetismus in der Theorie des Ferromagnetismus. Sie beschreibt das räumliche Verhalten des inneren magnetischen Feldes sowie eines charakteristischen makroskopischen Ordnungsparameters in Gestalt einer komplexen, skalaren Funktion  $\Psi(\underline{r})$ . Der Ordnungsparameter läßt sich als Wellenfunktion der "supraleitenden Elektronen" interpretieren. In diesem Bild entspricht das Betragsquadrat des Ordnungsparameters der Dichte der Elektronen, welche eine Funktion der Temperatur ist und oberhalb einer kritischen Temperatur verschwindet. Bezeichnen wir die relative Abweichung von der kritischen Temperatur mit  $\vartheta$  ( $\vartheta = (T_c - T)/T_c$ ), dann wächst die Dichte der supraleitenden Elektronen unterhalb  $T_c$  in erster Näherung linear mit  $\vartheta$  an. Demnach handelt es sich bei dem Übergang zur Supraleitung um einen stetigen Phasenübergang (auch Phasenübergang zweiter Art genannt), und Ginzburg und Landau haben ihre Theorie der Supraleitung aus der allgemeinen Landauschen Theorie für derartige Phasenübergänge entwickelt. Aus diesem Grunde ist sie primär in der Umgebung des Phasenübergangs, also für kleine Dichten der supraleitenden Elektronen gültig. Zusammenfassende Darstellungen und Begründungen der GL-Theorie finden sich in verschiedenen Lehrbüchern [1.2-1.5], weshalb wir uns hier auf eine kurze Darstellung der Ergebnisse beschränken können.

Ähnlich wie im Fall des Mikromagnetismus läßt sich auch die GL-Theorie aus einem Funktional für die freie Enthalpie ableiten, nämlich aus:

$$F = \int \left[ \frac{1}{8\pi} |\underline{H} - \underline{H}_a|^2 + \alpha |\Psi|^2 + \frac{1}{2} \beta |\Psi|^4 + \mu |(i\gamma \nabla + \underline{A})\Psi|^2 \right] dV \quad (1.1)$$

$\underline{A}$  ist dabei das Vektorpotential des inneren Magnetfeldes  $\underline{H} = \text{rot } \underline{A}$ ,  $\underline{H}_a$  ist das äußere Feld,  $\tilde{\alpha}(T)$  und  $\beta(T)$  sind Funktionen der Temperatur, wobei  $\tilde{\alpha}(T)$  unterhalb der kritischen Temperatur  $T_c$  negativ wird.  $\mu$  und  $\gamma$  sind Konstanten, die eine anschauliche Bedeutung gewinnen, wenn man sie - wie üblich - in folgender Form schreibt:

$$\mu = e^{*2}/(2m^*c^2) \quad , \quad \gamma = hc/e^* \quad (1.2)$$

$e^*$  und  $m^*$  bedeuten Ladung bzw. Masse derjenigen elementaren Teilchen, die den makroskopischen Quantenzustand der "supraleitenden Elektronen" bilden. (Heute weiß man, daß es sich hierbei um Elektronenpaare handelt, weshalb man  $e^*=2e$  und  $m^*=2m$  setzen kann). Der ortsabhängige Term in (1.1) erfüllt die Forderung nach der Eichinvarianz des Energiefunktionals: Da nur das magnetische Feld  $\underline{H} = \text{rot } \underline{A}$  beobachtbar ist, darf eine Umeichung  $A = A + \nabla\chi$  nicht zu einer Änderung des Betrages der Wellenfunktion  $\Psi$  führen. Erlaubt ist dagegen eine Änderung der Phase  $\Psi^* = \Psi e^{i\chi/\gamma}$ . Ersetzen wir in (1.1)  $A$  durch  $A^*$  und  $\Psi$  durch  $\Psi^*$ , so bleibt  $F$  in der Tat unverändert.

In einem homogenen Körper ohne Magnetfeld nimmt die Wellenfunktion  $\Psi$  unterhalb  $T_c$  nach (1.1) spontan den Wert

$$\Psi_0 = (-\tilde{\alpha}(T)/\beta(T))^{1/2} \quad (1.3)$$

an. Ein homogenes inneres Feld wäre aber mit einem Wert  $\Psi \neq 0$  wegen des Terms  $A^2\Psi^2$  in (1.1) nicht verträglich ("Meissner-Effekt"). Bei Anwesenheit eines äußeren Feldes sind deshalb zunächst zwei Zustände miteinander zu vergleichen: der Meissner-Zustand ( $\Psi = \Psi_0$ ,  $H=0$ ,  $F = \int [H_a^2 / (8\pi) - \tilde{\alpha}^2 / (2\beta)] dV$ ) und der normalleitende Zustand ( $\Psi=0$ ,  $H=H_a$ ,  $F=0$ ). Bei

$$H_a = H_c = (4\pi\tilde{\alpha}^2/\beta)^{1/2} \quad (1.4)$$

erreicht man die kritische Feldstärke, oberhalb derer der normalleitende Zustand günstiger als der supraleitende Meissnerzustand ist.

Aus (1.1) lassen sich zwei charakteristische Längen ableiten, die das räumliche Verhalten des inneren Feldes einerseits und des Ordnungsparameters andererseits bestimmen. Zu ihrer Ableitung gehen wir von eindimensionalen, ebenen Problemen aus und setzen zunächst  $\Psi = \Psi_0 = \text{const}$ . Daraus ergibt sich für das Vektorpotential  $A$  die Differentialgleichung

$$\frac{1}{8\pi} A'' = A \Psi_0^2 \quad (1.5)$$

mit der Lösung

$$A = c \cdot e^{-x/\lambda} \quad \lambda = 1/(\sqrt{8\pi\mu} \Psi_0) = \sqrt{\beta/(8\pi|\alpha|\mu)} \quad (1.6)$$

Ein Magnetfeld dringt also mit einer bestimmten Eindringtiefe  $\lambda$  in einen Supraleiter ein. Setzen wir andererseits  $H=0$ ,  $A=0$ , so verbleibt für  $\Psi$  die Differentialgleichung

$$\alpha\Psi + \beta\Psi^3 = \mu\gamma^2\Psi'' \quad (1.7)$$

mit der Lösung

$$\Psi = \Psi_0 \tanh(x\sqrt{2}/\xi), \quad \xi = \sqrt{\mu\gamma^2/|\alpha|} \quad (1.8)$$

wobei der Faktor  $\sqrt{2}$  den Konventionen entspricht und die Randbedingung  $\Psi(0)=0$  vorausgesetzt wurde. Die Größe  $\xi$  wird Kohärenzlänge der supraleitenden Elektronen genannt, da sie angibt, in welchem Abstand von einer lokalen Störung mit  $\Psi=0$  der Gleichgewichtswert  $\Psi_0$  in einem Supraleiter annähernd wieder erreicht ist.

Es ist nun üblich, das GL-Funktional (1.1) durch Einführung reduzierter Variabler zu vereinfachen. Wir definieren zu diesem Zweck:  $h=H/(\sqrt{2}H_c)$ ,  $a=A/(\sqrt{2}H_c\lambda)$ ,  $\psi=\Psi/\Psi_0$ ,  $\tilde{x}=x/\lambda$  und erhalten damit:

$$F = \frac{H_c^2 \lambda^3}{4\pi} \int \left[ \left| \underline{h} - \underline{h}_a \right|^2 - \psi^2 + \frac{1}{2}\psi^4 + \left| \left( \frac{i\nabla}{\kappa} + \underline{a} \right) \psi \right|^2 \right] d\tilde{v} \quad (1.9)$$

In dieser Form ist nur noch ein wesentlicher Parameter verblieben, nämlich der sogenannte GL-Parameter:

$$\kappa = \frac{\lambda}{\xi} = \frac{1}{\gamma\mu} \sqrt{\frac{\beta}{8\pi}} \quad (1.10)$$

Der Materialparameter  $\kappa$  bestimmt den Charakter der aus (1.9) abzuleitenden Lösungen, wie wir noch im einzelnen erläutern werden. Unter den eigentlichen Ginzburg-Landau-Gleichungen versteht man die aus (1.9) durch Variation nach  $\psi$  und  $h$  abzuleitenden Differentialgleichungen, die wir in ihrer allgemeinen Form hier nicht benötigen.

## 1.2 Geltungsbereich und Erweiterungen des Ginzburg-Landau-Funktional

Nach der Art der Herleitung ist das GL-Funktional nur in der Umgebung der kritischen Temperatur  $T_c$  gültig. Um den Geltungsbereich abschätzen zu können, ist es nötig, die Ergebnisse der GL-Theorie mit Ergebnissen einer genaueren Theorie zu vergleichen. Eine solche genauere Theorie, die heutzutage als Grundlage für das Verständnis der Supraleitung gilt, ist die BCS-Theorie [1.6, 1.7]. Gorkov [1.8, 1.9] konnte die GL-Gleichungen in der Tat als Grenzfall der BCS-Theorie für  $T \rightarrow T_c$  ableiten. Es liegt nahe, Funktionale zu suchen, die auch bei tieferen Temperaturen, also für größere Werte von  $|\psi|^2$ , noch gültig sind. Sie müßten dann z.B. auch noch Terme der Ordnung  $|\psi|^6$  enthalten. Dieser Weg wurde in systematischer Weise von Tewordt [1.10, 1.11] beschritten. Nimmt man zu (1.9) genau diejenigen Terme hinzu, die höchstens von linearer Ordnung in  $\mathfrak{A} = (T_c - T)/T_c$  sind, dann gelangt man zu dem Funktional von Neumann und Tewordt (NT) [1.12]. Wir beschränken uns hier auf dieses Funktional. Bezüglich weitergehender Verallgemeinerungen des GL-Funktional verweisen wir auf die ausführliche Arbeit von Werthamer [1.4]. Zur Abkürzung führen wir den Operator

$$O_i = \frac{i}{\kappa_3} \frac{\partial}{\partial x_i} + a_i \quad (1.11)$$

ein, wobei  $\kappa_3$  ein mit dem GL-Parameter  $\kappa$  zusammenhängender Parameter sei (s.Gl. (1.15)). Das Funktional von Neumann und Tewordt hat dann in reduzierter Darstellung folgende Form

$$F = \frac{H_c^2 \lambda^3}{4\pi} \int d\tilde{v} \{ |\underline{h} - \underline{h}_a|^2 - |\psi|^2 + \frac{1}{2} |\psi|^4 + |0\psi|^2 + \mathfrak{S} [\eta_c P_c + \eta_k P_k + \eta_w P_w + (\eta_{4d} + \mathfrak{S} \eta_{4c}) P_{4\mathfrak{S}} + \eta_{4c} P_{4c}] \} \quad (1.12)$$

$$P_c = |\psi|^2 (1 - |\psi|^2)^2, \quad P_k = -(1 - |\psi|^2) |0\psi|^2$$

$$P_w = |\psi|^2 \left( \frac{1}{\kappa_3} \nabla |\psi| \right)^2, \quad P_{4\mathfrak{S}} = \left| \sum_{i=1}^3 O_i O_i \psi \right|^2$$

$$P_{4c} = \sum_{i \neq k} [(O_i O_k \psi) \cdot ((O_i O_k \psi)^* + (O_k O_i \psi)^*) - 2(O_i O_i \psi)(O_k O_k \psi)^*] \quad (1.12a)$$

Die von NT eingeführten Koeffizienten ergeben sich als Funktion eines sogenannten Verunreinigungsparameters  $\alpha = 0.882 \xi_0 / l$ , wobei  $l$  die freie Weglänge der Elektronen im normalleitenden Zustand sei und  $\xi_0$  die Kohärenzlänge der BCS-Theorie. Der Parameter  $\alpha$  verschwindet für reine Metalle (reiner Grenzfall, engl. clean limit) und geht für stark verunreinigte Metalle gegen Unendlich (schmutziger Grenzfall, engl. dirty limit). Die NT-Theorie enthält also zwei wesentliche Materialparameter: den GL-Parameter  $\kappa$  und den Verunreinigungsparameter  $\alpha$ . Im einzelnen ergibt sich mit Hilfe der Funktionen

$$S_{ik}(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)^{-i} (2n+1+\alpha)^{-k} \quad (1.13)$$

für die Koeffizienten:

$$\eta_c = -\frac{1}{4} \frac{S_{50}}{S_{30}^2}, \quad \eta_w = -\frac{S_{41}}{S_{30} S_{21}}, \quad \eta_k = 1.5 \eta_w + 0.5 \alpha \frac{S_{42}}{S_{30} S_{21}}$$

$$\eta_{4c} = -0.3 \frac{S_{23}}{S_{21}^2}, \quad \eta_{4d} = -0.5 \alpha \frac{S_{33}}{S_{21}^2} \quad (1.14)$$

Der Parameter  $\kappa_3$  ist für beliebige  $\mathfrak{S}$  nicht mehr identisch mit dem Materialparameter  $\kappa$ , geht aber für  $\mathfrak{S} \rightarrow 0$  in diesen über. In erster Ordnung in  $\mathfrak{S}$  gilt:

$$\kappa_3 = \kappa(1+\mathfrak{S}\phi(\alpha)) = \kappa[1+\mathfrak{S}(2\eta_c - \eta_k - \xi_{12}/S_{21})] \quad (1.15)$$

Das NT-Funktional unterscheidet sich vom GL-Funktional vor allem durch zwei Merkmale: 1) Es enthält die schon erwarteten Glieder der Ordnung  $|\Psi|^6$ , und zwar in dem Ausdruck  $P_c$ . 2) Es enthält in den Termen  $P_{43}$  und  $P_{4c}$  höhere als erste Ableitungen des Ordnungsparameters. Diese Terme führen nach der Variation bezüglich  $\Psi$  zu Differentialgleichungen vierter Ordnung. Die höheren Ableitungen spiegeln den stark nichtlokalen Charakter der Wechselwirkungen in Supraleitern wieder, der in der Gorkov-Theorie durch Integralgleichungen anstelle von Differentialgleichungen dargestellt wird. Höhere Ableitungen des Magnetfeldes, die in der strengen Theorie ebenfalls zu beachten sind, treten dagegen in erster Ordnung in  $\mathfrak{S}$  noch nicht auf.

Bei der Auswertung des NT-Funktionalis ist eine gewisse Schwierigkeit zu beachten, die daher rührt, daß die Koeffizienten  $\eta_{4c}$  und  $\eta_{4d}$  negativ sind. Damit wird insbesondere der bei stark oszillierenden Funktionen  $\Psi(\underline{r})$  vorherrschende Term  $\mathfrak{S}(\eta_{4d} + 3 \cdot \eta_{4c})P_{43}$  negativ und das Funktional ist im strengen Sinne instabil. (Eine ähnliche Situation ist uns bereits in Abschn. II.3.4a bei der Erweiterung der magnetischen Austauschenergie auf Glieder vierter Ordnung in den Ableitungen des Magnetisierungsvektors begegnet). Sinnvolle Lösungen sind in einem solchen Fall nur dann zu erwarten, wenn man nicht nur das Funktional, sondern auch die Lösungsfunktionen  $\Psi(\underline{r})$  und  $a(\underline{r})$  in der Umgebung von bereits bekannten GL-Lösungen linearisiert und nur die Korrekturen erster Ordnung in  $\mathfrak{S}$  zu den GL-Lösungen aus den erweiterten Gleichungen berechnet.

Diese Komplikation läßt sich durch einen Kunstgriff bis zu einem gewissen Grade umgehen: Wie in [1.13] nachgewiesen wurde, gibt es ein "transformiertes" NT-Funktional, das stabil und doch in einem bestimmten Sinne äquivalent mit dem ursprünglichen NT-Funktional ist. Berechnet man nämlich, sowohl mit dem ursprünglichen wie mit dem transformierten Funktional die erwähnten Korrekturen erster Ordnung zu den GL-Lösungen, dann ergeben sich in beiden Fällen identische Ergebnisse. Das gleiche gilt auch für die freie Energie und damit für alle meßbaren Größen.

Die Transformation wird mit der Abkürzung  $\eta_{43} = \eta_{4d} + 3\eta_{4c}$  durch folgende Substitution erreicht:

$$\begin{aligned} \eta_c \rightarrow \tilde{\eta}_c &= \eta_c - \eta_{43}, & \eta_w \rightarrow \tilde{\eta}_w &= \eta_w - 4\eta_{43} \\ \eta_k \rightarrow \tilde{\eta}_k &= \eta_k - 2\eta_{43}, & \eta_{4d} \rightarrow \tilde{\eta}_{4d} &= \eta_{4d} - \eta_{43} \end{aligned} \quad (1.16)$$

Nach dieser Transformation entfällt in dem transformierten Funktional der Term  $P_{43}$ , der die Hauptursache für die Instabilität bildete. Gleichzeitig werden die Koeffizienten  $\tilde{\eta}_w$  und  $\tilde{\eta}_c$  positiv (Fig. 1.1), sodaß auch von den Termen  $P_w$  und  $P_c$  kein instabiles Verhalten mehr herrühren kann.

Da das transformierte Funktional somit sowohl einfacher als auch physikalisch und mathematisch sinnvoller ist, werden wir im folgenden ausschließlich mit diesem Funktional arbeiten.

### 1.3 Kristallanisotropie in Supraleitern

Sowohl das Funktional (1.1) wie auch das erweiterte Funktional (1.12) sind invariant bezüglich einer Drehung des Koordinatensystems. Formal läßt sich aus (1.1) ein anisotropes Potential gewinnen, wenn man den Skalar  $\mu$  durch einen symmetrischen Tensor  $\underline{\mu}$  ersetzt [1.14]. Der letzte Term in (1.1) lautet dann (mit der Abkürzung (1.11)):

$$P_2 = \sum_{i,k} \mu_{ik} (O_i \psi)(O_k \psi)^* \quad (1.17)$$

Da  $\mu$  mit der effektiven Masse der supraleitenden Elektronen zusammenhängt (s. Gl.(1.2)), spiegelt die Anisotropie des Tensors  $\underline{\mu}$  die Anisotropie des effektiven Massentensors wieder [1.14]. Im allgemeinen treten bei geeigneter Wahl des Koordinatensystems drei Hauptwerte des Tensors  $\mu_i$  an die Stelle des Skalars  $\mu$ . In einachsigen Kristallen reduzieren sich diese auf zwei wesentlich verschiedene Koeffizienten  $\mu_{\parallel}$  und  $\mu_{\perp}$ , sodaß sich die Anisotropie in einem einachsigen Kristall in dieser Näherung durch eine Konstante  $\mu_{\parallel}/\mu_{\perp}$  beschreiben läßt.

In kubischen Kristallen müssen aus Symmetriegründen alle drei Koeffizienten  $\mu_i$  übereinstimmen, sodaß in dieser Näherung eine Kristallanisotropie in kubischen Materialien nicht beschrieben werden kann [1.15]. Dies gelingt erst mit Hilfe der Terme vierter Ordnung, die in der Neumann-Tewordtschen Erweiterung des GL-Funktionalis auftreten [1.16]. Liegt das Koordinatensystem parallel zu den kubischen Achsen, dann läßt sich eine Anisotropie z.B. durch einen zusätzlichen Term  $\eta_{4a} P_{4a}$  mit:

$$P_{4a} = \sum_{i=1}^3 |O_i O_i \psi|^2 - P_{is} \quad (1.18)$$

darstellen, wobei  $P_{is}$  ein geeigneter isotroper Potentialbeitrag sei, der den Mittelwert von  $P_{4a}$  über alle Raumrichtungen verschwinden läßt. Auch für kubische Kristalle benötigt man also einen zusätzlichen Parameter  $\eta_{4a}$  zur Beschreibung der Kristallanisotropie.

#### 1.4 Die Magnetisierungskurve und der Zwischenzustand in Typ-I-Supraleitern

Das Integral (1.1) der Ginzburg-Landau-Theorie ist streng genommen über den ganzen Raum zu erstrecken, da ein Supraleiter ebenso wie ein ferromagnetischer Körper weitreichende Störungen des Magnetfelds im Außenraum ("Streifelder") erzeugen kann. Nur für lange, schlanke und parallel zum äußeren Feld orientierte Proben, die (auf Grund ihres kleinen "Entmagnetisierungsfaktors"  $N \rightarrow 0$ ) das äußere Feld nicht beeinflussen, ist es erlaubt, das Integral auf das Volumen der Probe zu beschränken. Für derartige Proben, die außerdem auch in ihren seitlichen Dimensionen sehr groß gegenüber  $\xi$  und  $\lambda$  sein sollen, hatten wir in 1.1 zwei mögliche Zustände miteinander verglichen: 1) den Meissner-Zustand mit verschwindendem innerem Feld  $H=0$ , und 2) den normalleitenden Zustand mit  $H=H_a$ . Für eine große Klasse von Supraleitern, die sog. Typ-I-Supraleiter, sind in einem homogenen äußeren Feld im Gleichgewicht tatsächlich nur diese beiden Zustände möglich. Der Übergang vom Meissner- zum normalleitenden Zustand erfolgt in unstetiger Weise bei  $H_a = H_c$ . Supraleiter, die nicht diesen



unstetigen Übergang von der Meissner-Phase zur normalleitenden Phase aufweisen (Typ-II-Supraleiter) behandeln wir in Abschn. 3.

In einem inhomogenen äußeren Feld, das an manchen Stellen der Probe den Wert  $H_c$  überschreitet, an anderen aber nicht, wird man beide Phasen gleichzeitig erwarten. Die Grenzfläche zwischen der supraleitenden und der normalleitenden Phase, die S-N-Wand, entspricht der Fläche  $|\underline{H}_a(r)| = H_c$ .

Ein zweiphasiger Zustand kann aber auch dann auftreten, wenn die Probe einen nicht verschwindenden Entmagnetisierungsfaktor besitzt. Man versteht dies am einfachsten an Hand der Analogie zum Ferromagnetismus, wenn man auch für Supraleiter den Begriff der "Magnetisierung" definiert. Für eine Probe mit dem Entmagnetisierungsfaktor  $N=0$  soll diese Größe den Unterschied zwischen dem mittleren inneren Feld (also der Induktion) und dem äußeren Feld beschreiben:

$$4\pi I = B - H_a = \bar{H} - H_a \quad (1.19)$$

Für beliebige  $N$  gilt stattdessen:

$$4\pi I = B - H_a - H_s = \bar{H} - (1-N)H_a \quad (1.19a)$$

Die Magnetisierung von Supraleitern ist in der Regel negativ, das heißt, der Mittelwert des inneren Magnetfeldes  $\bar{H}$  ist kleiner als das äußere Feld  $H_a$ . Fig. 1.2 zeigt die Magnetisierungskurve für einen Typ-I-Supraleiter mit verschwindendem Entmagnetisierungsfaktor (Kurve  $N=0$ ), die bei  $H_a = H_c$  den erläuterten Sprung aufweist. Es ist nun ein im Ferromagnetismus geläufiges Verfahren, aus einer für  $N=0$  gültigen Magnetisierungskurve die Magnetisierungskurve für  $N>0$  durch eine sogenannte Scherungstransformation abzuleiten. Hierbei ordnet man die für  $N=0$  dem Feld  $H_a^0$  zugeordneten Werte der Magnetisierung  $I$  bei  $N>0$  dem Feld

$$H_a^N = H_a^0 - 4\pi N \cdot I(H_a^0) \quad (1.20)$$

zu. Dieses Verfahren ist unter sehr allgemeinen Voraussetzungen gültig, nämlich immer dann, wenn sich die freie Energie eines Körpers in einer ersten Näherung als Funktion der mittleren Magnetisierung und des äußeren Feldes für  $N=0$  in der Form

$$F(I, H_a) = E(I) - H_a \cdot I + G(H_a) \quad (1.21)$$

aufspalten läßt. Durch Einsetzen von (1.19) in (1.1) zeigt sich, daß auch das Ginzburg-Landau-Funktional dieser Bedingung genügt. Die Magnetisierungskurve für  $N=0$  leitet sich aus (1.21) durch Minimalisierung bezüglich  $I$  ab:

$$H_a^0 = E'(I) \quad (1.22)$$

Geht man nun zu  $N>0$  über, dann ist zusätzlich zu (1.21) die mit der Inhomogenität des Feldes verbundene Energie zu berücksichtigen, die im Ferromagnetismus Streufeldenergie genannt wird, und die sich für Ellipsoide bei homogener Magnetisierung in der Form  $E_s(I) = 2\pi N I^2$  schreiben läßt. Die Minimalisierung der um  $E_s$  erweiterten freien Energie bezüglich  $I$  ergibt unmittelbar den Zusammenhang (1.20).

In Fig. 1.2 sind neben der Ausgangskurve für  $N=0$  auch gescherte Magnetisierungskurven eingezeichnet. Da in Supraleitern die Magnetisierung keine so anschauliche Bedeutung wie die mittlere Induktion der Probe  $B = \bar{H}$  besitzt, sind in Fig. 1.2b auch die durch Gl. (1.19b) mit den Magnetisierungskurven verknüpften Induktionskurven  $B(H_a)$  aufgetragen.

Wichtig ist nun die Rolle des Sprungs in der Magnetisierungskurve bei der Scherung. Allgemein gilt, daß eine Unstetigkeit in der Magnetisierungskurve, also ein Phasenübergang erster Ordnung, nach der Transformation (1.20) in ein Zweiphasengebiet übergeht, welches aus einer Mischung der beiden Phasen besteht, zwischen denen bei  $N=0$  der Phasenübergang stattfindet. Konkret für den Typ-I-Supraleiter gilt:

Im Intervall  $(1-N)H_c < H_a < H_c$  ist ein zweiphasiger Zustand stabil, der Zwischenzustand genannt wird, und der aus Meissner-Domänen einerseits und normalleitenden Domänen mit  $H=H_c$  andererseits besteht. Das relative Volumen  $v_N$  der normalleitenden Phase wächst linear mit dem äußeren Feld an,

In obigen Überlegungen ist durch die Annahme einer homogenen Magnetisierung die genaue Struktur des zweiphasigen Zustands vernachlässigt worden. Ein Überblick über die Gesetze, die den Zwischenzustand beherrschen, und über die einschlägige Literatur, findet sich z.B. in [1.17] und [1.18]. Einer der Bestimmungsfaktoren für die Bereichsweite ist die Energie der Wände zwischen beiden Phasen, die das Thema des folgenden Abschnitts sind.

- 
- [1.1] V.L. Ginzburg, L.D. Landau, *Ž.Expt.Teor.Fiz.* 20, 1064 (1950) s. auch V.L. Ginzburg, *Nuovo Cimento* 2, 1234 (1955)
  - [1.2] P.G. De Gennes, *Superconductivity of Metals and Alloys* (Benjamin, New York, 1966)
  - [1.3] D. Saint-James, E.J. Thomas, G. Sarma, *Type II Superconductivity*, (Pergamon, New York, 1969)
  - [1.4] N.R. Werthamer, in: *Superconductivity*, hrsg. von R.D. Parks (Dekker, New York, 1969) Kap. 6
  - [1.5] A.L. Fetter, P.C. Hohenberg, s. [1.4], Kap. 14
  - [1.6] J. Bardeen, L.N. Cooper, J.R. Schrieffer, *Phys.Rev.* 108, 1175 (1957)
  - [1.7] G. Rickayzen, s. [1.4], Kap 2
  - [1.8] L.P. Gorkov, *Ž.Expt.Teor.Fiz.* 36, 1918, 37, 1407 (1959) [*Sov.Phys. JETP* 9, 1364 (1959), 10, 998 (1960)]
  - [1.9] G. Eilenberger, *Z.Physik* 190, 142 (1966), 214, 195 (1968)

- [1.10] L. Tewordt, Z.Physik 180, 385 (1964)
- [1.11] L. Tewordt, Phys.Rev. 137, A1745 (1965)
- [1.12] L. Neumann, L. Tewordt, Z.Physik 189, 55 (1966)
- [1.13] A. Hubert, phys.stat.sol(b), 53, 147 (1972)
- [1.14] V.L. Ginzburg, Ž. Exp.Teor.Fiz. 23, 236 (1952)
- [1.15] P.C. Hohenberg, N.R. Werthamer, Phys.Rev. 153,  
493 (1967)
- [1.16] I.D. Livingston, W.De Sorbo, s. [1.4], Kap. 21
- [1.17] A. Hubert, phys.stat.sol. 24, 669 (1967)

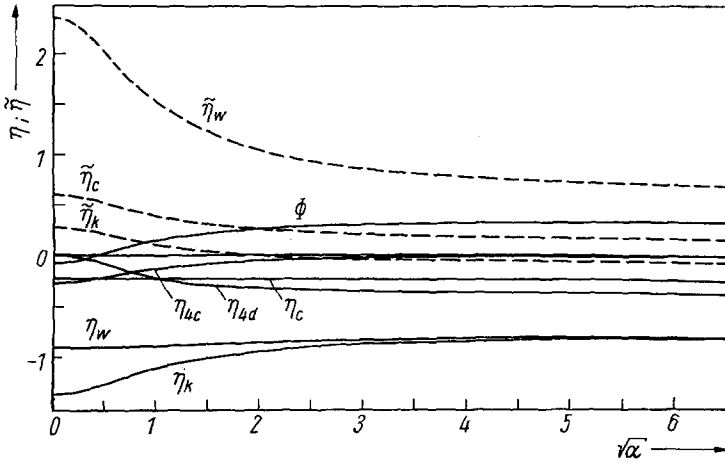


Fig. 1.1

Die in den Gleichungen (1.14) bis (1.16) definierten Neumann-Tewordtschen Koeffizienten als Funktion des Verunreinigungsparameters  $\alpha$ .

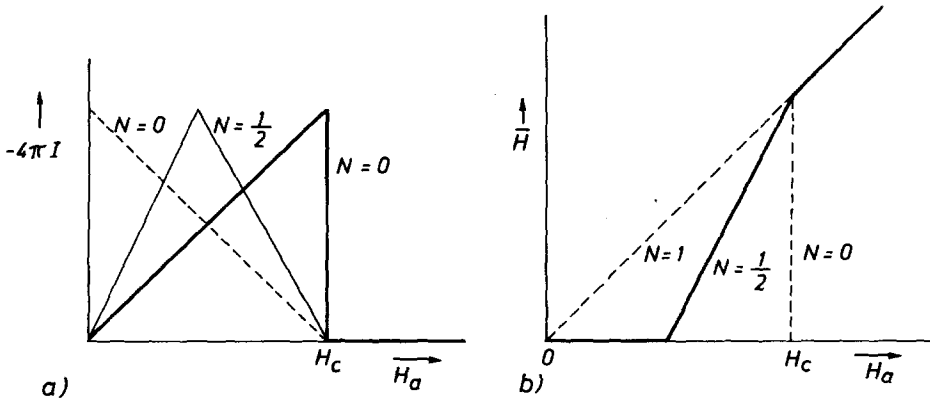


Fig. 1.2

a) Die Magnetisierung  $I$  und b) der Mittelwert des inneren Magnetfeldes  $B = \bar{H}$  für ellipsoidförmige Typ-I-Spalleiter als Funktion des äußeren Magnetfeldes  $H_a$  und für verschiedene Werte des Entmagnetisierungsfaktors  $N$ .